i

ik

k

Examen de Rattrapage

Corrigé-type

1

Exercice N° 1 :

1- Indices des Px de chaque période, base 100 en 2016 :

$i_{16/16} = 1$ (0,2)

$i_{17/16} = \frac{280}{220} = 1,27$ (0,2)

$i_{18/16} = \frac{240}{220} = 1,09$ (0,2)

$i_{19/16} = \frac{260}{220} = 1,18$ (0,2)

$i_{20/16} = \frac{300}{220} = 1,36$ (0,2)

(0,25) . 5 = $\boxed{1,25\ p}$

2- Indice de l'ensemble de la période :

Formule : $i_{20/16} = i_{20/19} \cdot i_{19/18} \cdot i_{18/17} \cdot i_{17/16}$ (0,25) $\boxed{1\ p}$

$= \frac{300}{260} \cdot \frac{260}{240} \cdot \frac{240}{280} \cdot \frac{280}{220}$ (0,2)

$= 1,15 \cdot 1,08 \cdot 0,86 \cdot 1,27 = 1,3565 \simeq \boxed{1,36}$ (0,5)

3- $i_{16/10} = ?$ $i_{20/16} = 1,36$

2010 — 2016 — 2020

$i_{20/10} = 3$ (triple)

Formule : $i_{20/10} = i_{20/16} \cdot i_{16/10} \Rightarrow i_{16/10} = \dfrac{i_{20/10}}{i_{20/16}}$ 0,2

$i_{16/10} = \dfrac{3}{1,36} \Rightarrow \boxed{i_{16/10} = 2,2}$ 0,2

Soit une hausse de 120 %.

$i_{16/10} = 2,2 \Rightarrow i_{10/16} = \dfrac{1}{i_{16/10}} = \dfrac{1}{2,2} = \boxed{0,45}$ 0,2

Formule : 0,2

Exercice n° 2

1. Fréquences :

* $f_{3/1}$ (j fixé) → c'est f_{i} si j, soit $f_{i/j} \Rightarrow f_{i/j} = \dfrac{n_{ij}}{n_{\cdot j}}$

$f_{3/1} = \dfrac{n_{31}}{n_{\cdot 1}} = \dfrac{4}{76} = 0,0526 = \boxed{05,26\ \%}$ 0,2

* f_{14} ⇒ c'est la fréquence partielle de type $f_{ij} = \dfrac{n_{ij}}{N}$

$f_{14} = \dfrac{n_{14}}{N} = \dfrac{8}{284} = 0,0282 = \boxed{02,82\ \%}$ 0,2

* $f_{\cdot 3}$ → c'est une fréquence marginale de type $f_{\cdot j} = \dfrac{n_{\cdot j}}{N}$

$f_{\cdot 3} = \dfrac{n_{\cdot 3}}{N} = \dfrac{64}{284} = 0,2253 = \boxed{22,53\ \%}$ 0,2

* $f_{4/2}$ (i fixé) → fréquence conditionnelle de type $f_{j/i} = \dfrac{n_{ij}}{n_{i\cdot}}$

$f_{4/2} = \dfrac{n_{24}}{n_{2\cdot}} = \dfrac{4}{78} = 0,05128 = \boxed{05,13\ \%}$ 0,2

$0,75 \cdot 4 = \boxed{3\,p}$

② Le dépense moyenne :

$$\bar{y} = \frac{\sum y_j n_{\bullet j}}{N} = \frac{24880}{284} = \boxed{87{,}6 \cdot 10^3\ DA}$$

0,2 0,2 0,2

y_j	$n_{\bullet j}$	$y_j n_{\bullet j}$
20	76	1520
60	60	3600
100	64	6400
140	44	6160
180	40	7200
Σ	284	24880

0,2

1 p

③ Le nombre moyen d'enfants employés qui dépensent $140 \cdot 10^3$ DA :

C'est la moyenne conditionnelle de X selon $y = y_4$.

$$\bar{x}_j = \frac{\sum x_i n_{ij}}{n_{\bullet j}} \Rightarrow \bar{x}_4 = \cancel{\frac{\sum x_i n_{i4}}{n}} \ \frac{\sum x_i n_{i4}}{n_{\bullet 4}}$$

0,2

$$\bar{x}_4 = \frac{352}{44} = \boxed{8 \text{ enfant}}$$

0,2 0,2

x_i	$n_{ij(4)}$	$x_i n_{i4}$
2	8	16
4	4	16
8	16	128
12	16	192
Σ	44	352

$n_{\bullet 4}$

0,2

1 p

$$\bar{y} = \frac{\sum y_j n_{\cdot j}}{N} = \frac{24880}{284} = \boxed{87,6 \cdot 10^3\ DA}$$

0,2 0,2 0,2

y_j	$n_{\cdot j}$	$y_j n_{\cdot j}$
20	76	1520
60	60	3600
100	64	6400
140	44	6160
180	40	7200
Σ	284	24880

0,2

1p

③. Le nombre moyen d'enfants employés qui dépensent $140 \cdot 10^3$ DA :

C'est la moyenne conditionnelle de x selon $y = y_4$.

$$\bar{x}_j = \frac{\sum x_i n_{ij}}{n_{\cdot j}} \Rightarrow \bar{x}_4 = \cancel{\frac{\sum x_i n_{i4}}{n_{\cdot}}}\ \frac{\sum x_i n_{i4}}{n_{\cdot 4}}$$

0,2

$$\bar{x}_4 = \frac{352}{44} = \boxed{8\ \text{enfant}}$$

0,2 0,2

x_i	$n_{ij(4)}$	$x_i n_{i4}$
2	8	16
4	4	16
	16	128
	16	192
	44	352

$n_{\cdot 4}$

0,2

1.p

4

④. La dépense moyenne des employés ayant 4 enfants :

C'est la moyenne conditionnelle de y selon $x = x_2$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_j n_{ij}}{n_{i\bullet}} \Rightarrow \bar{y}_2 = \frac{\sum y_j n_{2j}}{n_{2\bullet}}$$ 0,25

y_j	n_{2j}	$y_j n_{2j}$
20	32	640
60	24	1440
100	16	1600
140	4	560
180	2	360
Σ	78	4600

0,25

$$\bar{y}_2 = \frac{4600}{78} = \boxed{58{,}97 \cdot 10^3\ DA}$$ 0,25 0,25

1 p

⑤- Les Proportions :

A/- 4 enfants et $100 \cdot 10^3$ DA/mois → c'est fréquence partielle de type

$$f_{ij} = \frac{n_{ij}}{N} = f_{23} = \frac{n_{23}}{N} = \frac{16}{284} = 0{,}0563 = \boxed{05{,}63\ \%}$$ 0,25 ou 0,25

B/- Dépense de $60 \cdot 10^3$ DA parmi ceux qui ont 8 enfants ? → c'est fréquence conditionnelle de y selon $x = x_3$. C'est

$$f_{j/i} = \frac{n_{ij}}{n_{i\bullet}} = f_{2/3} = \frac{n_{32}}{n_{3\bullet}} = \frac{8}{64} = 0{,}125 = \boxed{12{,}5\ \%}$$ 0,25 0,25

C/- Ceux qui ont 2 enfants : c'est fréquence marginale de type

$$f_{i\bullet} = \frac{n_{i\bullet}}{N} = f_{1\bullet} = \frac{n_{1\bullet}}{N} = \frac{90}{284} = 0{,}317 = \boxed{31{,}7\ \%}$$ 0,25 0,25

D/- 4 enfants parmi ceux qui dépensent 180.10^3 DA ?

→ c'est la fréq conditionnelle de X selon $y = y_5$.

de type $f_{i/j} = \frac{n_{ij}}{n_{\cdot j}} = f_{2/5} = \frac{n_{25}}{n_{\cdot 5}} = \frac{2}{40} = 0{,}05 = \boxed{05\%}$

$0{,}05 \cdot 4 = \boxed{0{,}2}$

Exercice n° 3 :

Période / Produit	P_0	Q_0	P_t	Q_t	$P_0 Q_0$	$P_0 Q_t$	$P_t Q_0$	$P_t Q_t$
A	80	10	120	6	800	480	1200	720
B	30	20	50	18	600	540	1000	900
C	100	30	110	22	3000	2200	3300	2420
Total	—	—	—	—	4400	3220	5500	4040

1- Laspeyres des Prix :

$$L^P_{t/0} = \frac{\sum P_t Q_0}{\sum P_0 Q_0} = \frac{5500}{4400} = \boxed{1{,}25}$$

2- Paasche des qtés :

$$P^Q_{t/0} = \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_t Q_0} = \frac{4040}{5500} = \boxed{0{,}73}$$

3- Indices des valeurs globales :

$$I^{V}_{t/0} = \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_0} = \frac{4040}{4400} = \boxed{0{,}92}$$

4- Le ménage devrait s'attendre à dépenser :

$$\sum P_t Q_t \cdot I_{t/t} = 4040 \cdot 1{,}18 = \boxed{4767{,}2}$$

exercice n°4 : $\boxed{6}$

(1)- Indices élémentaires, base 100 en 2013 :

$i_{13/13} = \boxed{1}$ 0,2

$i_{14/13} = \boxed{1,10}$ 0,2

0,75

$i_{15/13} = i_{15/14} \cdot i_{14/13} = 1,073 \cdot 1,1 = \boxed{1,1803}$ 0,2 0,2 0,2

0,75

$i_{16/13} = i_{16/15} \cdot i_{15/14} \cdot i_{14/13} = 1,017 \cdot 1,073 \cdot 1,1 = \boxed{1,2}$ 0,2 0,2 0,2

~~$i_{17/13} = i_{17/16} \cdot i_{16/15} \cdot i_{15/14} \cdot i_{14/13} = 1,167 \cdot 1,017 \cdot 1,073 \cdot 1,1 = \boxed{1,4}$~~

~~$i_{18/13} = i_{18/17} \cdot i_{17/16} \cdot i_{16/15} \cdot i_{15/14} \cdot i_{14/13} = 1,071 \cdot 1,167 \cdot 1,017 \cdot 1,073 \cdot 1,1 = 1,4994 = \boxed{1,5}$~~

(2)- Indice de l'ensemble de la période :

$i_{18/13} = i_{18/17} \cdot i_{17/16} \cdot i_{16/15} \cdot i_{15/14} \cdot i_{14/13}$ 0,2

$= 1,071 \cdot 1,167 \cdot 1,017 \cdot 1,073 \cdot 1,1 = 1,4994$

$\boxed{i_{18/13} \simeq 1,5}$ 0,25 0,25

(3)- Les ventes ont augmenté de : 0,2 0,25

$(i_{18/13} - 1) \cdot 100 = 1,5 - 1 = 0,5 \cdot 100 = 50\%$ 0,25

c'est le taux d'accroissement global de la période. (TAG)

Ce qui nous donne une augmentation moyenne et correspondante au taux d'accroissement moyen (TAn):

7

$$TAn = \left[\sqrt[N]{i_{18/13}} - 1\right] 100 \qquad N = 5 \text{ ans.}$$

0,25

$$TAn = \left[\sqrt[5]{1,5} - 1\right] \cdot 100 = (1,084 - 1) \cdot 100$$

0,2

$$\boxed{TAn = 08,4\,\%/an}$$

0,2

Exercice n° 5 :

x_i	y_i	xy	x_i^2	y^2
2	16	32	4	256
6	12	72	36	144
10	9	90	100	81
14	12	168	196	144
18	2	36	324	4
20	0	0	400	0
70	51	398	1060	629

0,25 0,25 0,25

$\bar{x} = 11,67$; $\bar{y} = 8,5$

$(\bar{x})^2 = 136,19$; $(\bar{y})^2 = 72,25$

$\overline{xy} = 66,33$; $\overline{y^2} = 104,83$

$\overline{x^2} = 176,67$.

1_ Droite de régress. de y en x :

$y = ax + b$

0,25 0,25

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}.\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{66,33 - (11,67)(8,5)}{176,67 - 136,19}$$

$\boxed{a = -0,81}$ 0,25

0,25 $b = \bar{y} - a\bar{x} = 8,5 - (-0,81)(11,67)$ 0,25

$\boxed{b = 17,95}$ 0,25

$\boxed{y = -0,81x + 17,95}$ 0,25

2_ Coef de corrélation (r) :

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}.\bar{y}}{\delta x \cdot \delta y} \quad 0,25$$

$\delta x = \sqrt{40,48} = 6,36$

$\delta y = \sqrt{32,58} = 5,71$

$$r = \frac{66,33 - (11,67)(8,5)}{(6,36) \cdot (5,71)} \quad 0,25$$

$\boxed{r = -0,9}$ $\Rightarrow r \to -1 \Rightarrow$ Corrélat. très forte mais en sens inverse 0,25

0,25

Coefficient de détermination (r^2) :

$r^2 = (r)^2 \cdot 100 = (-0,9)^2 \cdot 100 = \boxed{81\%}$ 0,25 0,25

$\Rightarrow$ les variations de y sont dues à 81% aux variations de X. Ou bien : y dépend à 81% de X. 0,25

③ Estimation :

si $x = 25 \Rightarrow y = -0,81(25) + 17,95$ 0,25

$\boxed{y = -2,3}$; 0,25