

Corrigé suite

Note

EXERCICE N°2

$\frac{8}{3}$

D'après l'exercice on aura

$$N=3000; \mu=68; \sigma=3.$$

X = désigne le poids des étudiants avec
 $X \sim N(68; 3).$

1/ Trouver la moyenne et l'écart type d'échantillonnage des moyennes.

a) Cas tirage avec remise.

$$E(\bar{X}) = \mu = 68 \text{ et } \frac{\sigma}{\sqrt{m}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

b) Cas tirage sans remise.

$$E(\bar{X}) = \mu = 68 \text{ et } \frac{\sigma}{\sqrt{m}} = \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \times \sqrt{\frac{N-m}{N-1}}$$

$$\text{Car } \frac{n}{N} = \frac{25}{3000} = 0,0083 < 0,05$$

$$\text{donc : } \frac{\sigma}{\sqrt{m}} = 0,6$$

$$\text{car } \frac{n}{N} \sim 0 \text{ et } \frac{N-m}{N-1} \sim 1$$

Note

2/ On a $X \sim N(\mu, \sigma)$ alors
 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{m}})$

$$a) P(68,3 \leq \bar{X} \leq 68,8) = ?$$

$$P(68,3 \leq \bar{X} \leq 68,8) = P\left(\frac{68,3-68}{0,6} \leq \frac{\bar{X}-68}{0,6} \leq \frac{68,8-68}{0,6}\right)$$

$$\text{On pose } Z = \frac{\bar{X}-68}{0,6} / Z \sim N(0;1).$$

$$\text{①} \Rightarrow P(0,5 \leq Z \leq 1,33) = \pi(1,33) - \pi(0,5) = 0,9082 - 0,6915 = 0,2167$$

$$d) P(\bar{X} \leq 68,4) = ?$$

$$P\left(\frac{\bar{X}-68}{0,6} \leq \frac{68,4-68}{0,6}\right) = P(Z \leq 0,66) = 0,7454$$

3

II / Calculer la valeur de σ

On a $X \sim N(10; \sigma)$ et $Z \sim N(0, 1)$

$$\begin{cases} P(X > 12) = \frac{1}{3} & \text{--- (1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(Z \leq 0,25) = \frac{2}{3} & \text{--- (2)} \end{cases}$$

1/ $\textcircled{1} \Leftrightarrow P(X \leq 12) = \frac{2}{3}$

1/ $\Leftrightarrow P\left(\frac{X-10}{\sigma} \leq \frac{2}{\sigma}\right) = \frac{2}{3}$

1/ $\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) = \frac{2}{3} \text{--- (3)}$

9/ de $\textcircled{2}$ et $\textcircled{3}$ on aura $\frac{2}{\sigma} = 0,25$
d'où $\sigma = \frac{2}{0,25} = 8$.

II/ Calculer la valeur de σ

On a $X \sim \mathcal{N}(10, \sigma)$ et $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$

$$P(X > 12) = \frac{1}{3} \quad \text{--- (1)}$$

$$P(Z < 0,25) = \frac{2}{3} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1)} \Leftrightarrow P(X \leq 12) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow P\left(\frac{X-10}{\sigma} \leq \frac{12-10}{\sigma}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow P\left(\frac{X-10}{\sigma} \leq \frac{2}{\sigma}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) = \frac{2}{3} \quad \text{--- (3)}$$

De (2) et (3) on aura $\frac{2}{\sigma} = 0,25$

$$\text{d'où } \sigma = \frac{2}{0,25} = 8.$$

Note

EXERCICE N°1

12/12

Soit VA $X \sim N(20, 5)$

Trouver X_a dans ce qui suit:

* $P(X > X_a) = 0,5$

$\Rightarrow P(X < X_a) = 1 - 0,5 = 0,5$

$\Rightarrow P\left(\frac{X-20}{5} < \frac{X_a-20}{5}\right) = 0,5$

$\Rightarrow P\left(Z < \frac{X_a-20}{5}\right) = 0,5$

dans le table, on a $\frac{X_a-20}{5} = 0 \Rightarrow X_a = 20$

* $P(X > X_a) = 0,80$

$\Rightarrow P(X < X_a) = 1 - 0,80 = 0,20$

$\Rightarrow P\left(Z < \frac{X_a-20}{5}\right) = 0,20$

dans le table, on a $\frac{X_a-20}{5} = -0,84$

$\Rightarrow X_a = 5 \times (-0,84) + 20 \Rightarrow X_a = -0,84 \times 5 + 20$
 $X_a = 15,8$

* $P(10 \leq X \leq X_a) = 0,95$

$\Rightarrow P\left(\frac{10-20}{5} \leq Z \leq \frac{X_a-20}{5}\right) = 0,95$

$\Rightarrow P(-2 < Z \leq \frac{X_a-20}{5}) = 0,95$

$\Rightarrow \pi\left(\frac{X_a-20}{5}\right) - \pi(-2) = 0,95$

$\Rightarrow \pi\left(\frac{X_a-20}{5}\right) = \pi(-2) + 0,95 = 0,0228 + 0,95$
 $= 0,9728$

d'où $\frac{X_a-20}{5} = 1,92 \Rightarrow X_a = 5 \times 1,92 + 20$
 $X_a = 29,6$

* $P(X_a \leq X \leq 35) = 0,30$

$\Rightarrow P\left(\frac{X_a-20}{5} \leq Z \leq \frac{35-20}{5}\right) = 0,30$

$\Rightarrow P\left(\frac{X_a-20}{5} \leq Z \leq 3\right) = 0,30$

$\Rightarrow \pi(3) - \pi\left(\frac{X_a-20}{5}\right) = 0,30$

$\Rightarrow \pi\left(\frac{X_a-20}{5}\right) = \pi(3) - 0,30 = 0,9987 - 0,30$
 $= 0,6987$

d'où $\frac{X_a-20}{5} = 0,52 \Rightarrow X_a = 0,52 \times 5 + 20$
 $\Rightarrow X_a = 22,6$