EMD 1 : Corrigé-type

Ex (1) : 3/3

1- Vraie. 0,2

2- 0,2 Faux. le caractère désigne une caractéristique commune à tt les individus de la populat° et il est l'objet de l'étude statistique. 0,2

3- 0,2 Faux. L'intervalle inter-décile 0,2 contient 80% des modalités.

4- 0,2 Faux. Une variable statistique 0,2 continue se représente graphiquement par un histogramme.

5- 0,2 Faux. La moyenne harmonique 0,2 est l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses des modalités x_i.

6- 0,2 Faux. La variance permet 0,2 de mesurer la dispersion ou l'éloignement ~~moyen des~~ ou l'écart moyen des modalités par rapport à leur moyenne arithmétique.

- Vraie 0,2

Ex ②: ~~10~~ 10/10

1,5 ① - La Population : L'ensemble des employés de l'entreprise.

- L'individu : un employé. 0,3 . 5 = 1,5
- Caractère : salaire
- Modalités : [20 - 200[
- Nature : variable statistique continue

1,5 ② - Le salaire le plus fréquent : c'est le Mode (Mo). L'amplitude classe n'est pas constante ⟹ calculer les densités. 0,2

Salaire	x_i	n_i	N_i	$n_i x_i$	a_i	d_i	x_i'	$n_i x_i'$
20 – 30	25	20	20	500	10	2	-2,25	-45
30 – 60	45	104	124	4680	30	3,47	-1,25	-130
60 – 80	70	86	210	6020	20	4,3	0	0
80 – 100	90	28	238	2520	20	1,4	1	28
100 – 150	125	8	246	1000	50	0,16	2,75	22
150 – 200	175	4	250	700	50	0,08	5,25	21
TOTAL	/	250	Moins de	15420	/	/	/	-104

$d_3 = 4,3$ est la plus grande densité ⟹ la classe modale ou la classe la plus dense est : $Mo \in [60 - 80[$ 0,2

$$Mo = x_0 + a\left[\frac{(d_{Mo} - d_{Mo-1})}{(d_{Mo} - d_{Mo-1}) + (d_{Mo} - d_{Mo+1})}\right]$$ 0,2

$$= 60 + 20\left[\frac{(4,3 - 3,47)}{(4,3 - 3,47) + (4,3 - 1,4)}\right] \Rightarrow \boxed{Mo = 64,45 \cdot 10^3 \text{ DA}}$$ 0,2

(3) - Le salaire moyen

1,70 — Méthode classique : $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{15420}{250} = \boxed{61,68 \cdot 10^3 \text{ DA}}$ 0,2 0,2 0,2

2 — Méthode de changement de variable :

$x_i \longrightarrow x_i' = \frac{x_i - x_0}{a}$ 0,2 $\qquad n_0 \in [60-80[$

$$\begin{cases} x_0 : \text{centre de la classe modale} \Rightarrow x_0 = 70 \\ a : \text{Amplitude} \quad " \quad " \Rightarrow a = 20 \end{cases}$$ 0,2

$x_i' = \frac{x_i - 70}{20}$

$x_i = a x_i' + x_0 \Rightarrow \bar{X} = a\bar{X'} + X_0$ 0,2

$\bar{X'} = \frac{\sum n_i x_i'}{N}$ 0,2 $= \frac{-104}{250}$ 0,2 $= \boxed{-0,416}$ 0,2

$\Rightarrow \bar{X} = 20(-0,416) + 70 \Rightarrow \boxed{\bar{X} = 61,68 \cdot 10^3 \text{ DA}}$ 0,2 0,2

(4) - Le salaire médian :

c'est la médiane (Me)

1,8

$Me = \frac{N}{2} = \frac{250}{2} = 125 \Rightarrow Me \in [60-80[$ 0,2 0,2

$Me = x_0 + a\left(\frac{\frac{N}{2} - N_{Me-1}}{n_{Me}}\right)$ 0,2

$= 60 + 20\left(\frac{125 - 124}{86}\right)$ 0,2

$\boxed{Me = 60,23 \cdot 10^3 \text{ DA}}$ 0,2

(5). Le salaire de 20% inférieur :

1,5 C'est C_{20} ou D_2 0,2

$D_2 \equiv TH_2 = \frac{2.N}{10} = \frac{2(250)}{10} = 50 \Rightarrow D_2 \in [30-60[$ 0,2 0,2

$D_i = x_0 + a\left(\frac{TH_i - N_{Di-1}}{n_{Di}}\right)$ 0,2

$D_2 = 30 + 30\left(\frac{50-20}{104}\right) \Rightarrow \boxed{D_2 = 38,65.10^3 DA}$ 0,2 0,2

(6). La masse salariale des employés ∈ intervalle inter-décile :

1 L'intervalle inter-décile $([D_1 - D_9[)$ contient toujours 80% des valeurs ou des effectifs. 0,2

La masse est : $80\%.N.\bar{X} = 0,8(250).61,68$ 0,2 0,2

$= \boxed{12336.10^3 DA}$ 0,2

idem

ou bien : $80\% \sum n_i x_i = 0,8(15420) = \boxed{12336.10^3 DA}$

1,5 (7) - Proportions :

- Moins de 20 000 DA → Aucun 0 0,2
- Au moins 20 000 DA → tous : 250 employés 0,2
- 150.000 DA et plus → 04 employés 0,2
- Moins de 60.000 DA → c'est $N_2 = 124$ employés 0,2
- Au moins 30.000 DA et moins de 120.000 DA → c'est $n_2 + n_3 + n_4$
  104 + 86 + 28 = 218 employés 0,2

Ex (3) : 05,25 / 06

(1,25) ① - La population : l'ensemble des 1000 logements de la commune

- L'individu : un logement.

$0{,}25 \cdot 5 = \boxed{1{,}25}$

- Caractère : Nombre de pièces

- Modalités : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 et plus.

- Nature : variable statistique discrète

(1,25) ② - Trouver les effectifs manquants :

moins de 4 c'est 65% → c'est $F_3 = 0{,}65$ (0,2)

$F_3 = \dfrac{114 + 210 + n_3}{1000} = 0{,}65$ (0,2) $\Rightarrow 1000(0{,}65) = 324 + n_3$

$\Rightarrow \boxed{n_3 = 326}$ (0,2)

$n_5 = N - (n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_6) = 1000 - (895) = 105$ (0,2)

$\boxed{n_5 = 105}$ (0,2)

(0,5) ③ - Le nombre de pièce le + fréquent c'est le mode

L'effectif le + grand (0,2) c'est $n_3 = 326 \Rightarrow \boxed{M_0 = x_3 = 3}$ (0,2)

(0,25) ④ - Le nombre moyen :

$\bar{x} = \dfrac{\sum n_i x_i}{N} = \dfrac{3143}{1000} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 3{,}143 \simeq 3 \text{ pièces}}$ (0,2)

(0,5) ⑤ - Le nombre de pièces par rapport auquel la moitié c'est la médiane (0,2)

6

x_i	n_i	N_i	$n_i x_i$	f_i	F_i	$F_i \downarrow$
1	114	114	114	0,114	0,114	1
2	210	324	420	0,210	0,324	0,886
3	326	650	978	0,326	0,650	0,676
4	182	832	728	0,182	0,832	0,350
5	105	937	525	0,105	0,937	0,168
6 et plus	63	1000	378	0,063	1	0,063
Σ	1000	moins de	3143	1	moins de	plus de

$\frac{N}{2} = \frac{1000}{2} = 500 \Rightarrow \boxed{M_e = 3 = x_3}$ 0,2

0,2

1,25 (6) Proportions :

0,25 . 6 = 1,5

- Moins de 2 pièces $\longrightarrow$ c'est $F_1 = 0,114 = 11,4\%$
- Au plus 3 pièces $\longrightarrow$ c'est moins de 4 $\longrightarrow F_3 = 0,650 = 65\%$
- Au moins 4 pièces $\longrightarrow$ c'est 4 et plus ou plus de 3 $\longrightarrow F_4\downarrow = 0,350 = 35\%$
- Plus d'1 pièce $\longrightarrow$ c'est $F_2 \downarrow = 0,886 = 88,6\%$.
- moins 6 et plus 2 pièces $\longrightarrow$ c'est $f_3 + f_4 + f_5$
  $= 0,326 + 0,182 + 0,105 = 0,613 = 61,3\%$

Ex (4) : $\boxed{\frac{0,3}{0,3}}$ c'est la situation où les taux sont variables et les périodes variables, donc on applique la formule suivante 0,2

$$V_t = V_0 \left[(1+t_1)^{n_1} (1+t_2)^{n_2} (1+t_3)^{n_3} (1+t_4)^{n_4} \right]$$ 0,2 $\Sigma n_i = N = 10$ ans

$\Rightarrow$ Taux d'accroissement global : TAG $= \left(\frac{V_t}{V_0} - 1 \right) . 100$ 0,3

7

Sept 2019

$TA\ G = \left[(1+0{,}05)^3\,(1+0{,}015)^2\,(1-0{,}018)^3\,(1+0{,}006)^2\right]-1$ 0,2

$= \left[(1{,}05)^3\,(1{,}015)^2\,(0{,}982)^3\,(1{,}006)^2\right]-1$

$= \left[(1{,}158)\,(1{,}03)\,(0{,}947)\,(1{,}012)\right]-1$ 0,2

$= (1{,}143)-1 = 0{,}143 = \boxed{14{,}3\%\ \text{en 10 ans}}$ 0,2 0,2

Taux d'acca moyen (TAM) :

$TAM = \sqrt[n]{\frac{Vt}{V_0}}-1$ 0,5

$= \sqrt[10]{1{,}143}-1 = (1{,}0134)-1 \simeq 0{,}0134 = 1{,}34\%/an$ 0,2 0,2

$\boxed{TAM = 1{,}34\%/an}$ ou 01,3%/an.

0,2