

$$U(x, y) = 4x^2y^2 = 16 \Rightarrow x^2y^2 = \frac{16}{4} = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{4} = 2$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 2 \Rightarrow$$

2pt $\boxed{x = \frac{2}{y}}$ l'équation de la courbe d'indifférence

2/ Donner le taux marginal de substitution et la situation d'équilibre

$$MRS_{x \text{ à } y} = \frac{UM_x}{UM_y} \begin{cases} UM_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = 4(2)xy^2 = 8xy^2 & \text{1pt} \\ UM_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = 4(2)x^2y = 8x^2y \end{cases}$$

$$MRS_{x \text{ à } y} = \frac{8xy^2}{8x^2y} = \frac{y}{x} \Rightarrow MRS_{x \text{ à } y} = \frac{y}{x}$$

$$\boxed{MRS_{x \text{ à } y} = \frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}} \quad \text{1pt}$$

$$\boxed{x \cdot y = 2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{x^2}$$

3/ Soit $A = 40$ um, $P_x = 4$ um et $P_y = 2$ um.

Donnez l'équation de la droite du Budget :

$$B = xP_x + yP_y \Rightarrow \boxed{40 = 4x + 2y} \quad \text{2pts}$$

4/ Calculez l'indice de satisfaction en utilisant la méthode de LAGRANGE

$$\begin{cases} U(x, y) = 4x^2y^2 \\ B = 40 = 4x + 2y \end{cases} \quad \text{0,5}$$

$$L = U(x, y) + \lambda(40 - 4x - 2y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow 8xy^2 - 4\lambda = 0 \Rightarrow 8xy^2 = 4\lambda \rightarrow (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow 8x^2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow 8x^2y = 2\lambda \rightarrow (2) \quad \text{0,5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 40 - 4x - 2y = 0 \Rightarrow (3)$$

on remplace (1) dans (2) : $40 - 4x - 2(2x) = 0$

$$\textcircled{1} : \frac{8xy^2}{8x^2y} = \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x} \rightarrow \text{2e tns} \quad \text{0,5}$$

on remplace (1) dans (3) : $40 - 4x - 2(2x) = 0 \Rightarrow 40 = 8x$
 $\Rightarrow \boxed{x = 5}$
 $\Rightarrow \boxed{y = 10}$ 0,5

l'indice de satisfaction $U(x, y) = 4(5)^2(10)^2 = 10000$