Exercice N°2 : Soit la fonction de production de la firme ABC suivante : (12/12 points)

$$X=F(L, K)= 2L+LK+4K+8$$

Où : X : La quantité de l'Output ; K & L : les quantités des Inputs
Et : Les prix de ces Inputs sont : $P_L= 50$ UM , $P_K= 100$ UM , cette firme dispose d'un coût total (CT) de 400 UM

Réponses :

1/ Ecrire **l'équation de l'iso coût** de cette firme. **(02 points)**

$$K = \frac{CT}{PK} - \frac{P_L}{P_K} L$$

$$K = \frac{400}{100} - \frac{50}{100} L$$

$$K = 4 - \frac{L}{2}$$

2/ La firme ABC souhaite se procurer **des quantités optimales de K & L**

2.1/ En utilisant la méthode du Lagrangien, déterminer ces quantités optimales de K & L

$$\begin{cases} \text{Maximiser : } X= F(K, L)= 2L+LK+4K+8 \\ \text{Sous contrainte : } 400= 50L + 100K \end{cases}$$ **(01point)**

$L(K, L, \lambda)= 2L+LK+4K+8 +\lambda(400-50L-100K)$ ………………**(01point)**

$\frac{dL}{dK} = 0 \rightarrow 2 + K - 50\lambda = 0$……………… (1)………**(01 point)**

$\frac{dL}{dL} = 0 \rightarrow L+4 - 100\lambda = 0$……………… (2)………**(01 point)**

$\frac{dL}{d\lambda} = 0 \rightarrow 400- 50K - 100L = 0$……………… (3)………**(01 point)**

1/2 $\longrightarrow \frac{2 + K}{L+4} = \frac{50\lambda}{100\lambda}$

$$\frac{2 + K}{L+4} = \frac{1}{2}$$

$K= \frac{L}{2}$ ……………(4) …………**(01 point)**

On remplace l'équation(4) dans l'équation (3), on obtient :

$400 - 50L - 100L/2 = 0$
$400 - 50L - 50L = 0$

$400 - 100L = 0$

$\boxed{L=4 \text{ unités}}$ ……….**(01 point)**

On remplace L par sa valeur dans l'équation (4) :

$K= \frac{L}{2}$

$\boxed{K=2 \text{ unités}}$ ……..**(01 point)**

2.2/ Si la firme veut produire **180 unités** de son bien, déterminer le profit (π) réalisé par cette firme si le prix unitaire de cet Output est de **20** UM. **(02 points)**

$\pi= X- (P_L.L+P_K.K)$

$\pi= 180.20 - (50.4+100.2)$

$\pi= 3200$