

10 points

Exercice n°2 : Le procédé de production d'une entreprise est représenté par la fonction de production suivante :

$$F(L; K) = 3K^2 + 2L^2 + 2LK$$

1- Que signifie productivité moyenne du facteur travail croissante ?

2 points signifie que l'efficacité d'utilisation du facteur travail est croissante ce qui veut dire qu'il y a peu d'unités du facteur travail par rapport au facteur capital

6 points

2- Si le prix unitaire du facteur travail $P_L = 50$ DA et celui du facteur capital $P_K = 100$ DA, déterminer l'équilibre de cette entreprise si elle veut produire 560 unités d'un bien au moindre coût ? Que caractérise cette situation d'équilibre ?

le producteur doit résoudre le programme de minimisation sans contrainte

Minimiser : $CT = 50L + 100K$
Sous contrainte que : $3K^2 + 2L^2 + 2LK = 560$ (0,5)

utiliser la méthode de Lagrange

1/ $V(L, K, \lambda) = 50L + 100K + \lambda(3K^2 + 2L^2 + 2LK - 560)$
 $= 50L + 100K + \lambda(560 - 3K^2 - 2L^2 - 2LK)$

2/ $\frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Rightarrow 50 - 4L\lambda - 2K\lambda = 0$ (1)

$\frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Rightarrow 100 - 6K\lambda - 2L\lambda = 0$ (2) (0,5)

$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 560 - 3K^2 - 2L^2 - 2LK = 0$ (3)

3/ $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{4K\lambda + 2L\lambda}{6K\lambda + 2L\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2(2K+L)\lambda}{2(3K+L)\lambda} \Rightarrow \frac{4L+2K}{6K+2L} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 8L + 4K = 6K + 2L$

$\Rightarrow 2K = 6L$ (4)

$\Rightarrow K = 3L$ qu'on remplace dans (3)

$560 - 3(3L)^2 - 2L^2 - 2L(3L) = 0 \Rightarrow 560 - 27L^2 - 2L^2 - 6L^2 = 0$

$\Rightarrow 560 - 35L^2 = 0$

$\Rightarrow L^2 = 16 \Rightarrow L = 4$ (0,5)

$K = 3L \Rightarrow K = 12$ (0,5)

La combinaison de facteurs de production qui permet à ce producteur de produire 560 unités au moindre coût est $M(4, 12)$ (1)
que caractérise cette situation d'équilibre ? A l'équilibre, on a

2) $\frac{P_{ML}}{P_{MK}} = \frac{P_L}{P_K}$

3- Définir le sentier d'expansion d'un producteur ?

2 points le sentier d'expansion est le lieu géométrique des différents équilibres du producteur obtenus suite à l'augmentation des ressources de l'entreprise alors que les prix des facteurs de production restent inchangés