

Chapitre3 : **L'escompte simple : équivalence des capitaux**

Module : mathématiques financières

Cours de 2^{ème} année sciences économiques /section B

Chapitre3 : l'escompte simple : équivalence des capitaux

1. Notion d'effet de commerce :

Le 10 mars, A vend à B des marchandises pour un montant de 30.000DA, le règlement devant intervenir le 31 mai.

A, le créancier doit donc attendre le 31 mai pour entrer en possession de ses fonds. Cependant il peut avoir besoin de cet argent bien avant le 31 mai.

Supposons que A sollicite, le 26 mars, une avance de son banquier, avance garantie par la créance qu'il possède sur B. Le banquier n'accordera cette avance que si A, son client, est en mesure de prouver par un document écrit l'existence de cette créance de 30.000DA à échéance du 31 mai.

A se tournera vers B et lui demandera alors :

- Soit de souscrire un billet à ordre, c'est-à-dire de promettre, par écrit, de lui régler une somme de 30.000DA à la date du 31 mai,
- Soit d'apposer sa signature sur une lettre de change, ou traite, rédigée par A, reconnaissant aussi l'existence, au profit de A, d'une créance de 30.000DA, à encaisser le 31 mai.

Billet à ordre et lettre de change sont des effets de commerce.

2. L'opération commerciale d'escompte :

Les deux mentions essentielles portées sur un effet de commerce sont :

- Le montant de la créance représentée, ici 30.000DA, appelé valeur nominale de l'effet,
- La date du paiement de cette valeur nominale, appelée date d'échéance de l'effet, ou plus simplement échéance, ici le 31 mai.

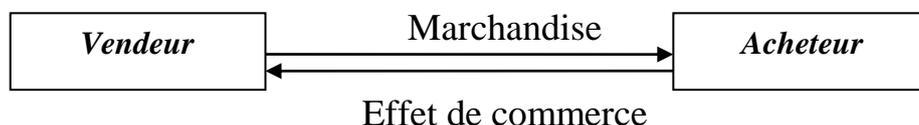
Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

Le 26 mars A présente l'effet de commerce à son banquier et lui vend. On dit aussi qu'il négocie l'effet, ou encore qu'il le remet à l'escompte. De son côté le banquier escompte l'effet.

Bien entendu le banquier ne consent à cette opération commerciale d'escompte que s'il bénéficie d'une rémunération qu'on appelle escompte commercial.

3. Schéma d'une opération d'escompte

- **Définition** : L'escompte représente le moyen pour lequel une entreprise peut procurer immédiatement d'une créance à terme.



- Dans une opération commerciale, il y a en général 02 parties, l'acheteur et le vendeur.
- Dans la vente au comptant, l'acheteur remet au vendeur l'argent nécessaire, et ce dernier lui livre la marchandise convenue.

Quand le règlement n'est pas immédiat, il est alors à terme, dans ce cas, l'acheteur remet au vendeur un effet de commerce (lettre de change, billet à ordre ...) matérialisant la contrepartie de la marchandise livrée

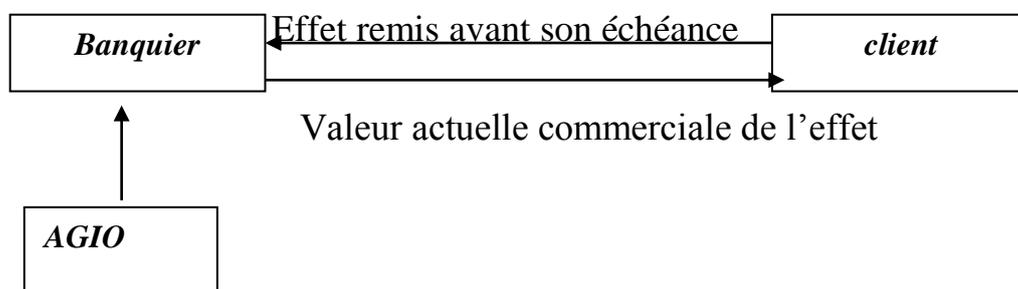
- Le montant inscrit sur l'effet s'appelle « la valeur nominale »
- La date à laquelle cette valeur est payable est dite « échéance »
- En règle générale, le vendeur présente l'effet ainsi obtenue au banquier à la date d'échéance, en contrepartie, la banque verse la valeur nominale.
- En pratique, devant des besoins immédiats de trésorerie, il arrive que le créancier (vendeur) présente l'effet de commerce au banquier avant la date d'échéance fixée.
- On dit que le créancier négocie ou escompte cet effet au près du banquier.

Chapitre3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

En contrepartie de la remise de l'effet dont l'échéance sera plus au moins éloignée, le banquier remettra une somme « comptant » à la disposition du titulaire de l'effet , déduction faite de l'AGIO qui est rémunération de banquier.

La somme effectivement mise par le banquier à la disposition de son client, représente la différence entre la valeur nominale de l'effet et l'AGIO bancaire. Cette valeur est appelée « valeur actuelle commerciale »

Sur la plan juridique, on dit que l'effet est endossé au banquier qui devient propriétaire par l'endossement.



4. Définition de l'escompte commerciale

Etant le prix du service rendu par le banquier , l'escompte commerciale représente l'intérêt (simple) à taux « t » indiqué par le banquier , d'une somme égale à la valeur nominale de l'effet , calculé sur la nombre de jours « n » qui sépare la date de négociation de l'effet de la date d'échéance . Nous désignons :

- A: la valeur nominale de l'effet.
- t: le taux d'escompte
- n: le nombre de jours qui reste à couvrir
- e : L'escompte commercial.

$$e = \frac{A \times t \times n}{36000}$$

Exemple: soit un effet de commerce de valeur nominale de 20.000DA d'échéance 09 juin , escompté le 20 avril , au taux de 5% , l'escompte commerciale sera?

Solution :

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

$A=20.000DA$,

n =le nombre de jours qui séparent la date de la mise à l'escompte à la date d'échéance (le nombre de jours entre le 20 avril et le 09 juin)=50 jours ;

- Du 20/04 au 30/04 \longrightarrow 10 jours
- Du 01/05 au 31/05 \longrightarrow 31 jours
- Du 01/06 au 09/06 \longrightarrow 09 jours

Alors :

$$e = \frac{A \times t \times n}{36000} = \frac{20000 \times 5 \times 50}{36000} = 138,89DA$$

5. La valeur actuelle commerciale

La somme effectivement mise par le banquier à la disposition de son client est appelée « valeur actuelle commerciale » que l'on désigne par « a ».

$$a = A - e$$

Exemple : En gardant les mêmes données de l'exemple précédent, calculer la valeur actuelle commerciale ?

Solution :

$$a = A - e = 20000 - 138.89$$

$$a = 19861,11DA$$

Remarque :

La valeur actuelle d'un effet de commerce est fonction linéaire de la valeur nominale de l'effet, et fonction affine du taux de l'escompte, et aussi du nombre de jours retenu pour le calcul de l'escompte, et aussi de la valeur nominale de l'effet.

Pour un effet de valeur nominale donnée, d'échéance connue, négocié au taux t fixé, il est donc évident que la valeur actuelle commerciale dépendra de la date de négociation de l'effet. Elle sera, par exemple, d'autant plus élevée que la date de négociation sera plus voisine de la date d'échéance.

6. Problèmes sur l'escompte commerciale :

La formule donnant l'escompte commercial met en jeu quatre quantités, e , A , t , n , qui entraînent la résolution de quatre problèmes différents, chacune de ces quatre quantités pouvant être l'inconnue d'un de ces problèmes. La formule donnant l'escompte commercial permettra donc d'écrire :

$$e = \frac{A \times t \times n}{36000}$$

$$A = \frac{36000 \times e}{t \times n}$$

$$t = \frac{36000 \times e}{A \times n}$$

$$n = \frac{36000 \times e}{A \times t}$$

Cette dernière formule permettant, si l'on connaît la valeur nominale d'un effet de commerce, le taux d'escompte, le montant de l'escompte commercial, de déterminer :

- La date d'échéance de l'effet, connaissant la date de la négociation ;
- Ou la date de négociation, connaissant la date d'échéance de l'effet.

7. Equivalence d'effets ou de capitaux. Notion d'équivalence. Date d'équivalence :

A une date donnée, deux taux ou plusieurs effets escomptés au même taux sont équivalents, si leurs valeurs actuelles respectives sont égales à la date d'équivalence.

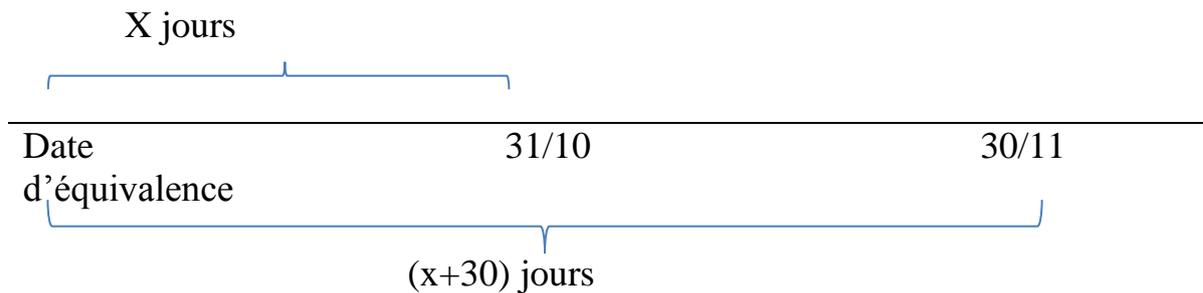
a) cas d'équivalence de deux effets :

- respectives 98.400Da (échéance 31/10) et 99.000Da (échéance 30/11) sont négociés au taux d'escompte de 7,2%.
- On dira que ces deux effets sont équivalents, s'il existe une date à laquelle les valeurs actuelles commerciales de ces 02 effets sont égales, et cette date en question est appelée « la date d'équivalence »

Solution :

Soit « x » le nombre de jours séparant la date d'équivalence cherchée du 31 octobre, « $x+30$ » le nombre de jours séparant cette date d'équivalence du 30 novembre.

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux



Soit a_1 , a_2 les valeurs actuelles commerciales respectives de $A_1=98400$ et $A_2=99000$.

A la date d'équivalence : $a_1=a_2$

$a_1=a_2 \rightarrow A_1-e_1=A_2-e_2$

$$A_1 - \frac{A_1 \times t \times n_1}{100 \times 360} = A_2 - \frac{A_2 \times t \times n_2}{100 \times 360}$$

On met : $D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{7,2} = 5000$

$$A_1 - \frac{A_1 \times n_1}{D} = A_2 - \frac{A_2 \times n_2}{D}$$

$$98400 - \frac{98400 \times x}{5000} = 99000 - \frac{99000 \times (x + 30)}{5000}$$

$$98400 - \frac{98400 \times x}{5000} = 99000 - \frac{99000 \times x}{5000} - \frac{99000 \times 30}{5000}$$

$$\frac{(99000 - 98400)x}{5000} = 99000 - 98400 - \frac{99000 \times 30}{5000}$$

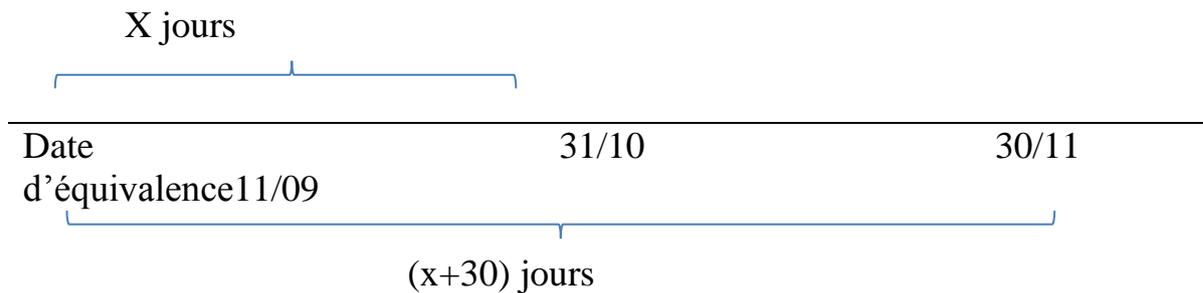
$$\frac{600}{5000}x = 6$$

$x = 50 \text{ jours}$

Conclusion :

La date d'équivalence cherchée est donc de 50 jours avant le 31 octobre, soit le 11 septembre

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux



Remarque :

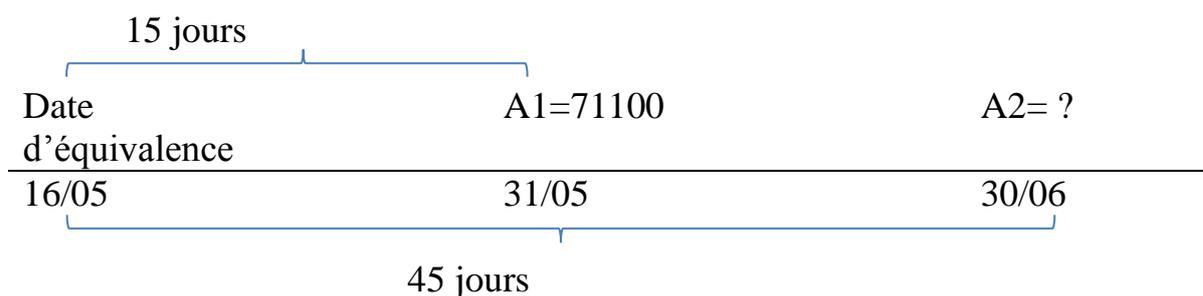
- La date d'équivalence de deux effets, si elle existe est antérieure à la date d'échéance de l'effet échéance la plus proche.
- Pour que le problème ait une signification concrète la date d'équivalence doit être post érine aux dates auxquelles les deux effets ont été créés.

b) Cas pratiques de renouvellement d'effet

– Cas N01:

B doit A une somme de 71.100Da payable le 31/05 sa dette étant constatée par l'acceptation d'un effet de commerce. Le 16/05 dans l'incapacité de faire face au règlement de sa dette du 31/0, **B** demande à **A** de remplacer l'effet de commerce à échéance du 31/05 par une autre échéance 30/06.

- Calculer la valeur nominale A2de l'effet de remplacement, d'échéance 30/06, taux d'escompte 10%.



Ce problème se raisonne en écrivant le 16/05 la date de la demande de remplacement des deux effets comme une date d'équivalence de ses derniers. Les valeurs actuelles respectives des deux effets sont ce jour égal.

$$a_1 = a_2 \leftrightarrow A_1 - e_1 = A_2 - e_2$$

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

$$A1 - \frac{A1 \times t \times n1}{100 \times 360} = A2 - \frac{A2 \times t \times n2}{100 \times 360}$$

$$A1 - \frac{A1 \times n1}{D} = A2 - \frac{A2 \times n2}{D}$$

$$\frac{A1 \times D - A1 \times n1}{D} = \frac{A2 \times D - A2 \times n2}{D}$$

$$\frac{A1 \times (D - n1)}{D} = \frac{A2 \times (D - n2)}{D}$$

$$A1 \times (D - n1) = A2 \times (D - n2)$$

$$A2 = \frac{A1 \times (D - n1)}{(D - n2)}$$

$$A2 = \frac{71100 \times (3600 - 15)}{(3600 - 45)}$$

$$A2 = 71700DA$$

Conclusion :

La valeur nominale obtenue est plus élevée que 71.100 DA, ce qui est normal. Le règlement de remplacement ayant lieu plus tard que le règlement primitif doit être de valeur nominale plus élevée.

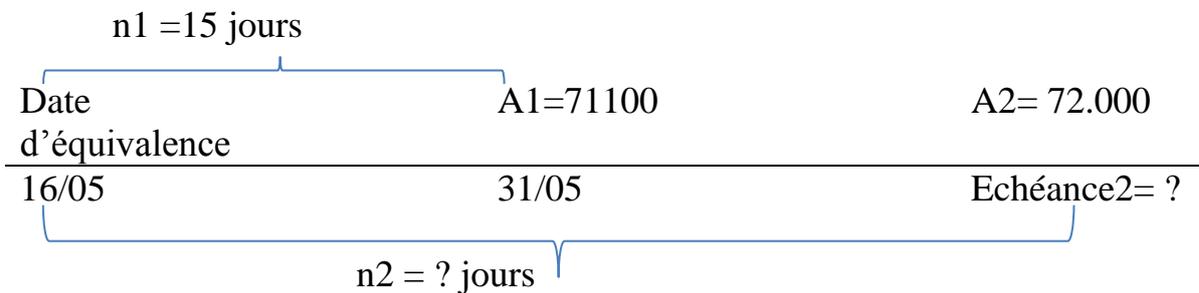
– Cas N02:

Le débiteur B aurait pu proposer à son créancier de remplacer le premier effet par un autre de valeur nominale de 72.000Da, et dont il faut calculer l'échéance (postérieure au 31/05).

Solution :

Le débiteur B aurait pu proposer à son créancier de remplacer le premier effet par un autre de valeur nominale de 72.000DA dont il aurait fallu calculer l'échéance (postérieur au 31 mai). Ce problème dans la pratique est moins fréquent que le précédent.

Chapitre3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux



à la date d'équivalence $a1 = a2$

$$a1 = a2 \leftrightarrow A1 - e1 = A2 - e2$$

$$A1 - \frac{A1 \times t \times n1}{100 \times 360} = A2 - \frac{A2 \times t \times n2}{100 \times 360}$$

$$A1 - \frac{A1 \times n1}{D} = A2 - \frac{A2 \times n2}{D}$$

$$\frac{A1 \times D - A1 \times n1}{D} = \frac{A2 \times D - A2 \times n2}{D}$$

$$\frac{A1 \times (D - n1)}{D} = \frac{A2 \times (D - n2)}{D}$$

$$A1 \times (D - n1) = A2 \times (D - n2)$$

$$(D - n2) = \frac{A1 \times (D - n1)}{A2}$$

$$n2 = D - \frac{A1 \times (D - n1)}{A2}$$

$$n2 = 3600 - \frac{71100 \times (3600 - 15)}{72000}$$

$n2 \cong 60 \text{ jours}$

Conclusion :

L'échéance de l'effet de remplacement sera donc fixée à 60 jours, soit le 15 juillet.

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

c) Cas d'équivalence d'un effet avec plusieurs autres effets:

Cette situation se présente concrètement lorsqu'un détenteur de plusieurs effets de commerce procède à leur remplacement par un effet unique.

A la date d'équivalence, la valeur actuelle de l'effet unique doit être égale à la somme des valeurs actuelles des effets remplacés.

Exemple : le 06 septembre de débiteur de 03 effets :

$A_1 = 1.000D$ à échéance du 31/10.

$A_2 = 3.000D$ à échéance du 30/11.

$A_3 = 2.000D$ à échéance du 31/12.

Demande à son créancier, le même pour les 03 effets de remplacer ces 03 effets par un effet par un effet unique à échéance du 15/12.

Calculer la valeur nominale de cet effet unique, $t=9\%$.

Solution :

Du 06/09 au 31/10 on compte 55 jours $\rightarrow n_1=55$ jours

Du 06/09 au 30/11 on compte 85 jours $\rightarrow n_2=85$ jours

Du 06/09 au 31/12 on compte 116 jours $\rightarrow n_3=116$ jours

Du 06/09 au 15/12 on compte 100 jours $\rightarrow n=100$ jours

Désignons par A la valeur nominale cherchée, on écrira :

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$A - e = (A_1 - e_1) + (A_2 - e_2) + (A_3 - e_3)$$

$$\frac{A \times (D - n)}{D} = \frac{A_1 \times (D - n_1)}{D} + \frac{A_2 \times (D - n_2)}{D} + \frac{A_3 \times (D - n_3)}{D}$$

$$A \times (D - n) = A_1 \times (D - n_1) + A_2 \times (D - n_2) + A_3 \times (D - n_3)$$

$$A = \frac{A_1 \times (D - n_1) + A_2 \times (D - n_2) + A_3 \times (D - n_3)}{(D - n)}$$

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

$$A = \frac{1000 \times (4000 - 55) + 3000 \times (4000 - 85) + 2000 \times (4000 - 116)}{(4000 - 100)}$$

$$A = 6014,87 \text{ DA}$$

d) Échéance moyenne de plusieurs effets :

Il existe des cas dans lesquels la somme des valeurs nominales des effets à remplacer est égale à la valeur nominale de l'effet unique. « n » est appelée dans ce cas « échéance moyenne ».

Exemple :

Reprenons l'exemple précédent, et supposons que les 03 effets soient remplacés par un effet unique de 6.000Da. Chercher l'échéance de cet effet.

Solution :

Soit « n » le nombre de jours séparant le 06 septembre de l'échéance recherchée

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$A - e = (A_1 - e_1) + (A_2 - e_2) + (A_3 - e_3)$$

$$\frac{A \times (D - n)}{D} = \frac{A_1 \times (D - n_1)}{D} + \frac{A_2 \times (D - n_2)}{D} + \frac{A_3 \times (D - n_3)}{D}$$

$$A - \frac{A \times n}{D} = A_1 - \frac{A_1 \times n_1}{D} + A_2 - \frac{A_2 \times n_2}{D} + A_3 - \frac{A_3 \times n_3}{D}$$

$$6000 - \frac{6000 \times n}{4000} = 1000 - \frac{1000 \times 55}{4000} + 3000 - \frac{3000 \times 85}{4000} + 2000 - \frac{2000 \times 116}{4000}$$

$$6000 - \frac{6000 \times n}{4000} = (1000 + 3000 + 2000) - \frac{1000 \times 55}{4000} + -\frac{3000 \times 85}{4000} - \frac{2000 \times 116}{4000}$$

$$\frac{6000 \times n}{4000} = \frac{1000 \times 55}{4000} + -\frac{3000 \times 85}{4000} - \frac{2000 \times 116}{4000}$$

$$6000 \times n = (1000 \times 55) + (3000 \times 85) + (2000 \times 116)$$

$$n = 90,33 \text{ jours}$$

Alors : La date d'échéance de l'effet de 6000 DA interviendra donc 91 jours après le 06 septembre soit le 06 décembre. Cette date est l'échéance moyenne des 03 effets donnés.

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

e) Généralité du problème d'échéance moyenne

Soit « K » effets de Commerce de valeurs nominales $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ à échéance respectives $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$.

Ces effets sont remplacés par un effet unique de valeur nominale : $A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_k$. Taux d'escompte $t\%$

-Déterminer la date à laquelle devra être fixée l'échéance de l'effet unique de valeur nominale A ?

Solution :

A la date d'équivalence : $a = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k$

$$A - e = (A_1 - e_1) + (A_2 - e_2) + (A_3 - e_3) + \dots + (A_k - e_k)$$

$$A - \frac{A \times t \times n}{36000} = A_1 - \frac{A_1 \times t \times n_1}{36000} + A_2 - \frac{A_2 \times t \times n_2}{36000} + \dots + A_k - \frac{A_k \times t \times n_k}{36000}$$

$$A - \frac{A \times n}{D} = A_1 - \frac{A_1 \times n_1}{D} + A_2 - \frac{A_2 \times n_2}{D} + \dots + A_k - \frac{A_k \times n_k}{D}$$

$$A - \frac{A \times n}{D} = (A_1 + A_2 + \dots + A_k) - \left(\frac{A_1 \times n_1}{D} + \frac{A_2 \times n_2}{D} + \dots + \frac{A_k \times n_k}{D} \right)$$

$$\frac{A \times n}{D} = \frac{A_1 \times n_1}{D} + \frac{A_2 \times n_2}{D} + \dots + \frac{A_k \times n_k}{D}$$

$$A \times n = A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2 + \dots + A_k \times n_k$$

$$n = \frac{A_1 \times n_1 + A_2 \times n_2 + \dots + A_k \times n_k}{A}$$

8. Pratique de l'escompte

Nous avons supposé jusqu'ici que, à l'occasion de l'opération commerciale d'escompte, la retenue effectuée par le banquier se bornait à l'escompte. En réalité le banquier opère d'autres retenues sur la valeur nominale d'un effet. L'ensemble des retenues constitue l'agio, et comprend :

- L'escompte commercial
- Différentes commissions

Chapitre3 : **L'escompte simple : équivalence des capitaux**

- La taxe sur la valeur ajoutée (TVA)

La taxe sur la valeur ajoutée supportée à l'occasion d'une remise à l'escompte par un industriel ou un commerçant est, pour l'assujetti, déductible du montant de la taxe qu'il aura ensuite à verser.

Le seul agio qui compte donc aux yeux du banquier escompteur est l'agio avant taxes (agio hors taxes).

a) **Les commissions proportionnelles au temps :**

Elles se calculent sur les mêmes bases que l'escompte, donc proportionnellement à la valeur nominale de l'effet escompté, et à la durée qui sépare la date de négociation à la date d'échéance de l'effet, et au taux attaché à ces commissions

- **L'escompte commercial :**

$$e = \frac{A \times t \times n}{36000}$$

- **La commission d'endossement :**

Elle est calculée sur les même bases que l'escompte, cela veut dire qu'elle est fonction de la valeur nominale de l'effet, de la durée qui lui reste à courir et d'un taux d'intérêt appelé « taux de la commission d'endos ». Elle sert à couvrir le cout d'une opération de réescompte auprès de la banque centrale.

Soient : A: la valeur nominale ;

t' : le taux de la commission d'endos

n: échéance de l'effet

Ce: la commission d'endos

$$Ce = \frac{A \times t' \times n}{36000}$$

b) **Les commissions indépendantes du temps :**

Elles sont proportionnelles seulement au capital (la valeur nominale de l'effet), et au taux. Ajoutons que certaines commissions sont fixes, donc indépendantes du nominale de l'effet et du nombre de jours restant à courir à celui-ci.

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

Les commissions fixes constituent des droits fixes pour chaque effet, elles sont calculées sur la valeur de l'effet. Elles peuvent être directement en unités monétaires, tels que : 500DA, 1000DA...elles peuvent aussi être exprimées en pourcentage : 5%, 8%... Leur calcul se fera dans ce cas comme suit :

$$Cf = \frac{A \times t''}{100}$$

Exemple : commissions bancaires, commissions de manipulation, commissions de change...

– **La taxe sur le chiffre d'affaires :**

Si « K » est le taux de la taxe sur le chiffre d'affaires, cette dernière est obtenue en multipliant l'AGIO hors taxes par $\frac{K}{100-K}$

$$AGIO HT = e + Ce + Cf$$

$$TCA \text{ (taxe sur le chiffre d'affaires)} = AGIO HT \times \frac{K}{100-K}$$

$$AGIO TTC = AGIO HT + TCA$$

– **Le taux de rendement d'une opération d'escompte :**

Le taux de rendement d'une opération d'escompte, permet au banquier d'obtenir en versant une somme égale à la valeur nette d'escompte, une valeur égale à l'escompte lui-même « e ».

Donc : si l'on désigne par ω le taux de rendement, on aura :

$$e = \frac{\omega \times \text{la valeur nette d'escompte} \times n}{36000}$$

– **Le taux de revient :**

Le taux de revient représente le coût de revient de l'opération d'escompte pour le client.

$$AGIOTTC = \frac{\text{la valeur nette d'AGIO} \times \theta \times n}{36000}$$

$$\theta = \frac{AGIOTTC \times 36000}{\text{valeur nette d'AGIO} \times n}$$

– **Le taux réel d'escompte :**

Il est le taux unique qui exprime les trois taux correspondants aux composantes qui constituent l'AGIO hors taxes ($e + Ce + Cf$)

Chapitre 3 : L'escompte simple : équivalence des capitaux

Si φ exprime le taux réel d'escompte, il correspond au taux qui permet à la valeur nominale de l'effet pour lequel il reste « n » jours à courir, pour obtenir une valeur égale à l'AGIO HT

$$AGIOHT = \frac{A \times \varphi \times n}{36000}$$

$$\varphi = \frac{AGIOHT \times 36000}{A \times n}$$

$$\varphi = \frac{\left[\frac{A \times t \times n}{36000} + \frac{A \times t' \times n}{36000} + \frac{A \times t''}{100} \right] \times 36000}{A \times n}$$

$$\varphi = \frac{A \times 36000 \times n \left[\frac{t}{36000} + \frac{t'}{36000} + \frac{t''}{n \times 100} \right]}{A \times n}$$

$$\varphi = t + t' + \frac{360}{n} t''$$