

Module : mathématiques financièresCours de 2<sup>ème</sup> année sciences économiques /section BChapitre2 : les intérêts simples**1. Notion d'intérêt :**

Une personne A prête à une personne B une somme d'argent pendant une durée déterminée.

Ce service rendu par A (le créancier) à B (le débiteur), cette mise à la disposition de B d'un capital suppose, au bénéfice de A, une rémunération appelée « intérêt », et qui n'est autre que le loyer de l'argent prêté.

**2. Définition :**

L'intérêt est le revenu d'une somme d'argent investi (ou placée) le montant d'intérêt et en fonction de capital du taux du placement et la durée de placement.

**3. La formule générale de l'intérêt simple :**

- Le montant de l'intérêt varie selon l'importance des capitaux et de la durée du prêt.
- Le taux de placement s'exprime selon la forme de pourcentage.
- Le calcul de la durée se fait selon les règles suivantes :
  - ✓ Une année compte 360 jours, 24 quinzaine, 12 mois selon l'année commerciale.
  - ✓ Si la durée est calculée au jour, les mois sont comptés à leur juste valeur. (le mois de février compte 28 jours)
  - ✓ Si la durée est calculée au mois, on ne tient pas compte de la durée réelle des mois.
- L'intérêt simple est donc calculé comme suit :

$$I = C_0 * \frac{t}{100} * n$$

Nous désignons par :

$C_0$  : le montant du capital prêté (placé) ;

$n$  : la durée du prêt (ou placement) ;

$t$  : le taux de placement en pourcentage ;

**Exemple:**

Quel est l'intérêt d'un capital de 3200 DA placé à 7,5% pendant 5 ans ?

$C_0=3200$  DA,  $t=7,5\%$ ,  $n= 5$ ans

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100}$$

$$I = \frac{3200 \times 7,5 \times 5}{100}$$

$$I = 1200DA$$

#### 4. Remarques importantes :

a) Si la durée de placement est exprimée en jours :

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 360}$$

- Quel est l'intérêt produit par un capital de 1200DA placé à 4,5% de 23/08 au 15/09 ?

$C_0=1200$  DA,  $t=4,5\%$ ,  $n= ?$  (du 23/08 au 15/09)

Du 23/08 au 31/08  $\longrightarrow$  8jours

Du 01/09 au 15/09  $\longrightarrow$  15 jours

Alors  $n=23$  jours

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 360}$$

$$I = \frac{1200 \times 4,5 \times 23}{100 \times 360}$$

$$I = 3,45 DA$$

b) Si la durée de placement est exprimée en quinzaine :

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 24}$$

- Quel est l'intérêt produit par un capital  $C_0=2000$  DA placé à 9% pendant 15 quinzaines ?

$C_0=2000$  DA,  $t=9\%$ ,  $n= 15$  quinzaines

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 24}$$

$$I = \frac{2000 \times 9 \times 15}{100 \times 24}$$

$$I = 112,5\text{DA}$$

c) Si la durée de placement est exprimée en mois :

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 12}$$

- Quel est l'intérêt produit par un capital  $C_0=3500$  DA placé à 5% pendant 7mois ?

$C_0=3500$  DA,  $t=5\%$ ,  $n= 7$  mois

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 12}$$

$$I = \frac{3500 \times 5 \times 7}{100 \times 12}$$

$$I = 102,083\text{DA}$$

d) Si la durée de placement est exprimée en 2mois (bimestre):

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 6}$$

- Quel est l'intérêt produit par un capital de 25000DA, placé à 8% pendant 3 bimestres ?

$C_0=25000$  DA,  $t=8\%$ ,  $n=3$ bimestres

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 6}$$

$$I = \frac{25000 \times 8 \times 3}{100 \times 6}$$

$$I = 100\text{DA}$$

e) Si la durée de placement est exprimée en trimestre :

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 4}$$

- Quel est l'intérêt produit par un capital de 15000DA placé à 8,5% pendant 5trimestres ?

$C_0=15000$  DA,  $t=8,5\%$ ,  $n=5$ trimestres

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 4}$$

$$I = \frac{15000 \times 8,5 \times 5}{100 \times 4}$$

$$I = 1593,75\text{DA}$$

- f) Si la durée de placement est exprimée en semestres :

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 2}$$

- Quel est l'intérêt produit par un capital de 30000DA placé à un taux de 6% pendant 8 semestres ?

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 2}$$

$$I = \frac{30000 \times 6 \times 8}{100 \times 2}$$

$$I = 7200\text{DA}$$

### 5. Taux moyen de placement

Le taux moyen de placement est le taux unique « T » auquel il avait placé les différents capitaux pour obtenir un intérêt égal à la somme des intérêts produites pour chacun d'eux, placé à des taux différents.

**Exemple :** Calculer le taux moyen des placements suivants:

$C_1=1.200$  Da placé à 9% pendant 70 jours.

$C_2=5.400$ Da placé à 7% pendant 120 jours.

**Solution :**

$$\frac{C_1 \times T \times n_1}{100 \times 360} + \frac{C_2 \times T \times n_2}{100 \times 360} = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100 \times 360} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{100 \times 360}$$

$$(C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2) = (C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2)$$

$$T \times (C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2) = (C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2)$$

$$T = \frac{(C1 \times t1 \times n1) + (C2 \times t2 \times n2)}{(C1 \times n1) + (C2 \times n2)}$$

$$T = \frac{(1200 \times 9 \times 70) + (5400 \times 7 \times 120)}{(1200 \times 70) + (5400 \times 120)} = \frac{5292000}{732000}$$

$$T = 7,18\%$$

- La formule générale de taux moyen de placement : Soient les capitaux suivants :
  - C1 placé à un taux t1 pendant n1 jours.
  - C2 placé à un taux t2 pendant n2 jours
  - C3 placé à un taux t3 pendant n3 jours
  - C4 placé à un taux t4 pendant n4jours
  - .
  - .
  - .
  - C<sub>k</sub> placé à un taux t<sub>k</sub> pendant n<sub>k</sub> jours

$$\frac{C1 \times T \times n1}{100 \times 360} + \frac{C2 \times T \times n2}{100 \times 360} + \dots + \frac{Ck \times T \times nk}{100 \times 360} = \frac{C1 \times t1 \times n1}{100 \times 360} + \frac{C2 \times t2 \times n2}{100 \times 360} + \dots + \frac{Ck \times tk \times nk}{100 \times 360}$$

$$\frac{C1 \times T \times n1}{100 \times 360} + \frac{C2 \times T \times n2}{100 \times 360} + \dots + \frac{Ck \times T \times nk}{100 \times 360} = \frac{C1 \times t1 \times n1}{100 \times 360} + \frac{C2 \times t2 \times n2}{100 \times 360} + \dots + \frac{Ck \times tk \times nk}{100 \times 360}$$

$$(C1 \times T \times n1) + (C2 \times T \times n2) + \dots + (Ck \times T \times nk) = (C1 \times t1 \times n1) + (C2 \times t2 \times n2) + \dots + (Ck \times tk \times nk)$$

$$T \times (C1 \times n1) + (C2 \times n2) + \dots + (Ck \times nk) = (C1 \times t1 \times n1) + (C2 \times t2 \times n2) + \dots + (Ck \times tk \times nk)$$

$$T = \frac{(C1 \times t1 \times n1) + (C2 \times t2 \times n2) + \dots + (Ck \times tk \times nk)}{(C1 \times n1) + (C2 \times n2) + \dots + (Ck \times nk)}$$

$$T = \frac{\sum_{i=1}^k ci \times ti \times ni}{\sum_{i=1}^k ci \times ni}$$

## 6. La valeur acquise d'un capital placé à intérêt simple :

On ajoutons un capital C<sub>0</sub> , les intérêt qui produit sont la suite d'un placement , on obtient la somme dont dispose le propriétaire des fonds , cet somme est appelée La valeur acquise elle se calcule comme suit:

$$C_n = C_0 + I$$

- $C_n$ : la valeur acquise.
- $C_0$  : le capital initialement placé.
- $n$  : la période de placement

### 7. L'intérêt pré-compté et le taux effectif de placement

Tous les calculs effectués jusqu'à la sont fondés sur le paiement des intérêts par l'emprunteur aux jours de remboursement du capital emprunté. Il est cependant fréquent que, par convention entre prêteur et emprunteur, les intérêts soient versés par l'emprunteur le jour de la conclusion du contrat de prêt, jour où l'emprunteur reçoit le capital prêté.

Il est alors évident que les fonds engagés procurent au prêteur un taux de placement supérieur au taux d'intérêt stipulé, taux qui sert lui au calcul de l'intérêt.

**Exemple :** Une personne a placé a un intérêt pré-compté 10.000Da durant un an, taux :10%.

Quel taux effectif de placement réalise-t-elle ?

#### Solution :

L'intérêt procuré par l'opération s'élève à :

$$\frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000DA$$

Le prêteur reçoit immédiatement cet intérêt. Les choses se passent donc comme s'il n'avait déboursé que  $10000 - 1000 = 9000DA$

Le pêteur recevra, dans un an, son capital de 10000DA (il a déjà encaissé les intérêts)

Il aura donc gagné en un an, 1000DA an engageant seulement 9000DA. Le taux effectif  $T$  de placement est donc tel que :

$$\frac{9000 \times T \times 1}{1000} = 1000$$

Soit :  $T=11,11\%$

### Généralisation :

Un capital C est placé, à intérêt précompté, au taux « t », pour « n » années.  
Exprimer le taux effectif « T » qui résulte du précompte de l'intérêt.

### Résolution :

Intérêt

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100}$$

produit :

Capital effectivement engagé par le prêteur :

$$C_0 - \frac{C_0 \times t \times n}{100}$$

$$\text{« T » est tel que } \frac{\left(C_0 - \frac{C_0 \times t \times n}{100}\right) \times T \times n}{100} = \frac{C_0 \times t \times n}{100}$$

$$\text{On en tire } T = \frac{t}{1 - \frac{t \times n}{100}} = \frac{100 \times t}{100 - t \times n}$$

Si la durée était exprimée en jours on écrirait :  $T = \frac{36000 \times t}{36000 - t \times n}$

Si la durée de placement était exprimée en mois on aurait :

$$T = \frac{1200 \times t}{1200 - t \times n}$$

La formule générale de taux effectif de placement sera comme suit :

$$T = \frac{t}{1 - t \cdot n}$$

### 8. Intérêt commercial et intérêt civil :

Pour leurs calculs d'intérêt simple, certains pays, quand les durées de placement sont exprimées en jours, retiennent l'année à 365 jours, ce qui conduit à utiliser la formule de calcul de l'intérêt sous la forme :

$$I = \frac{C_0 \times t \times n}{100 \times 365}$$

Nous appellerons intérêt civil l'intérêt ainsi calculé, et intérêt commercial, l'intérêt calculé en comptant l'année à 360 jours, l'intérêt étant évidemment plus élevé que l'intérêt civil.

### **9. Calculs sur la formule fondamentale :**

La formule générale de calcul de l'intérêt simple met en jeu les quatre quantités  $I$ ,  $C0$ ,  $t$ ,  $n$ , qui supposent donc la résolution de quatre problèmes différents, trois de ces quatre quantités fondamentales pouvant être connues, le problème consistant à calculer la quatrième.

La formule fondamentale permet sans difficulté la résolution de tous ces problèmes.

Ainsi, lorsque la durée de placement est exprimée, par exemple, en jours, on écrira :

$$I = \frac{C0 \times t \times n}{36000}$$

$$C0 = \frac{36000 \times I}{t \times n}$$

$$t = \frac{36000 \times I}{C0 \times n}$$

$$n = \frac{36000 \times I}{C0 \times t}$$