Corrigé Type

EXERCICE 01

soit X " le nombre de billets vendus par le guichet pendant 2h)

il faut remarquer que $\lambda = 2$ la moyenne pour demi-heure.

Donc pour 2 h.

② ~~A~~ = la moyenne $\lambda = 4 \times 2 = 8 \Rightarrow \lambda = 8$

② $P[X = 6) = e^{-8} \dfrac{8^6}{6!} = 0{,}106$

EXERCICE 01 :

1) on note α la probabilité que (nombre impair) ~~A~~ soit tiré ~~et~~ et 2α la probabilité que nombre pair soit tiré.

① Donc. la somme des probabilités : $\alpha + 2\alpha + \alpha + 2\alpha + \alpha + 2\alpha = 1$

soit $9\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{9}$ donc. la probabilité d'obtenir un 6.

est donc 2α soit $\frac{2}{9}$

2) on note A l'événement " le Résultat est pair " ~~don~~ On a donc.

① $P(A) = \frac{2}{3}$ donc. $P(A \text{ et } A) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

3) Les deux Tirage Sont indépendants donc.

② $P(\text{"6" et "6"}) = \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$

EXERCICE 02

1) L'urne contient 1 boule Rouge et 10 boules blanche

a) X $\{-1 ; 10\}$

loi de Probabilite

0,5

X_i	-1	10
$P[X=x_i]$	$\frac{10}{11}$	$\frac{1}{11}$

b) $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \, p_i = -1 \cdot \frac{10}{11} + 10 \cdot \frac{1}{11} = 0$

0,5

2) X $\{-1 ; 10\}$

a) loi de Probabilité

0,5

X_i	-1	10
$P[X=x_i]$	$\frac{n}{n+1}$	$\frac{1}{n+1}$

b) $E(X) = -1\left(\frac{n}{n+1}\right) + 10\left(\frac{1}{n+1}\right) = \frac{10-n}{n+1}$

0,5

c) $E(X) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{10-n}{n+1} \geq 0 \Rightarrow 10-n \geq 0$ Puisque $n+1 \geq 0$

1

$\Rightarrow -n \geq -10 \Rightarrow n \leq 10$

il faut donc qu'il ya moins de 10 boules blanche pour que l'esperance soit positive

1

d) $E(X) = -\frac{1}{2} = -0,5 \Rightarrow \frac{10-n}{n+1} = -0,5 \Rightarrow -0,5(n+1) = 10-n \Rightarrow \frac{-(n+1)}{2} = 10-n$

$= -(n+1) = 2(10-n) \Rightarrow -n-1 = 20-2n \Rightarrow -n+2n = 21$

il faut qu'il ait 21 boules blanche pour que $E(X)$ soit $= -0,5$ $\Rightarrow n = 21$

EXERCICE 03

1) 0,1 ✓
- on choisit un client (deux Résultats Possibles. S ou E)
- on Répète cette expérience 18 fois $n = 18$
de façons identiques et indépendantes.

$S = \{$le client a eu un sinistre$\}$

Donc : $Y \xrightarrow{0,1 ✓} B(\overset{n}{18} ; \overset{p}{0{,}22})$

Y suit une loi binomiale de paramètre $n = 18$ et $p = 0{,}22$.

2) 0,1 ✓ $P(Y=3) = C_n^{Y} p^{Y} q^{n-Y} = C_{18}^{3} (0{,}22)^{3} (0{,}78)^{18-3} \simeq 0{,}2091$

= la probabilité d'obtenir 3 clients ayant un sinistre est 0,2 ✓

de 0,2091

0,1 ✓ $P(Y \geq 1) = 1 - P[Y < 1] = 1 - P[Y = 0] \simeq 0{,}9886$

la Probabilité d'obtenir Au moins un client sinistre est de 0,9886

3 . $P[Y \geq 3] = 1 - P[Y < 3] = 1 - P[Y \leq 2]$

0,1 ✓ $= 1 - [P[Y = 0] + P[Y = 1] + P[Y = 2]]$

$= 0{,}7916$

la Probabilité d'obtenir Au ~~plus trois~~ moins trois clients sinistres est

de 0,7916.

4) $E(Y) = \underset{n \times p}{18 \times 0{,}22} = 3{,}96$ (en moyenne sur 18 clients interrogés $\simeq$ 4 ont eu un sinistre) 0,2 ✓

0,1 ✓

$V(Y) = \overset{n \times p \times q}{18 \times 0{,}22 \times 0{,}78} = 3{,}088$. 0,1 ✓

EXERCICE 04 :

a) il faut que $f \geq 0$ et que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

0,5 1re Condition $f(ax+b) \geq 0$ pour tout $x \in [0,1]$ puisque la fonction f est monotone.

2ème Condition

0,5 $\int_0^1 (ax+b)\,dx = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 1 \Rightarrow a = 2(1-b) = 2-2b$

La fonction f est donc une densité si et seulement si $a = 2(1-b)$

0,5 et $b \in [0,2]$

b) la fonction de Répartition.

0,5 $$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ (1-b)x^2 + bx & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

c) $\cdot\ P[X > 0,5] = 1 - P[X < 0,5] = 1 - \left[\frac{1}{4}(1-b) + \frac{1}{2}b\right] = \frac{3-b}{4}$

0,5

0,5 $\cdot\ P[X = 0,5] = 0.$

0,5 $E(X) = \int_0^1 2(1-b)x^2 + bx \; dx = \frac{4-b}{6}$

0,5 $V(X) = \frac{2+2b-b^2}{36}$