Sept 2017/2018 Corrigé type Rattrapage MATHS I (Sept 2)

Exo1 (6pts)

1. $A=\{-1,0,1,2\}$ 0,5

$B=\{1,2,3\}$ 0,5

2. ① $A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ et } x\in B\}=\{1,2\}$ 0,5

② $A\cup B=\{x/x\in A \text{ ou } x\in B\}=\{-1,0,1,2,3\}$ 0,5

③ $A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)$ 0,25

$A-B=\{x/x\in A \text{ et } x\notin B\}=\{-1,0\}$ 0,25

$B-A=\{x/x\in B \text{ et } x\notin A\}=\{3\}$ 0,25

donc $A\Delta B=\{-1,0,3\}$ 0,5

④ $\mathcal{P}(A-B)=\{T/T\subset(A-B)\}$ 0,5

$A-B=\{-1,0\}$

$\mathcal{P}(A-B)=\{\emptyset,\{-1\},\{0\},\{-1,0\}\}$ 0,5

⑤ $(A\cap B)\times(B-A)=\{(x,y) \mid x\in(A\cap B) \text{ et } y\in(B-A)\}$ 0,5

$A\cap B=\{1,2\}$; $B-A=\{3\}$.

$(A\cap B)\times(B-A)=\{(1,3),(2,3)\}$ 0,5

⑥ $B\times B=\{(x,y)/x\in B \text{ et } y\in B\}=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$ 0,5

Exo2

1 ① $D_f=\{x\in\mathbb{R} \mid (x+1)(3-x)\geq 0\}$ 0,5

$x+1=0\Rightarrow x=-1$

$3-x=0\Rightarrow x=3$

x		-1		3	
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$3-x$	$+$		$+$	0	$-$
$X+$	$-$	0	$+$	0	$-$

0,5

alors $\boxed{D_f=[-1,3]}$ 0,5

1,5

② $D_g=\{x\in\mathbb{R} \mid x^2-4\neq 0\}$ 0,5

$x^2-4\neq0 \Leftrightarrow x^2-2^2\neq0 \Leftrightarrow (x+2)(x-2)\neq0 \Rightarrow \begin{cases}x\neq2\\x\neq-2\end{cases}$ 0,5

$D_g=]-\infty,-2[\cup]-2,+2[\cup]2,+\infty[$ 0,5

$=\mathbb{R}-\{-2,2\}$

1,5

2 ① $\lim_{x\to2} g(x)=\frac{2-2}{4-4}=\frac{0}{0}$ (F.I) 0,5

$\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{\cancel{x-2}}{(\cancel{x-2})(x+2)}=\frac{1}{(x+2)}$ 0,5 donc $\lim_{x\to2} g(x)=\lim_{x\to2}\frac{1}{x+2}$

$=\boxed{\frac{1}{4}}$ 0,5

1,5

② $f'(x)=\frac{[(x+1)(3-x)]'}{2\sqrt{(x+1)(3-x)}}$ 0,5 $=\frac{(x+1)'(3-x)+(x+1)(3-x)'}{2\sqrt{(x+1)(3-x)}}$

$=\frac{1(3-x)+(x+1)(-1)}{2\sqrt{(x+1)(3-x)}}=\frac{3-x-x-1}{2\sqrt{(x+1)(3-x)}}$ 0,5

$=\frac{2-2x}{2\sqrt{(x+1)(3-x)}}$ 0,5

$\boxed{f'(x)=\frac{1-x}{\sqrt{(x+1)(3-x)}}}$ 0,5

1,5

Exo3

$\begin{cases}a+b+c=24 \quad \ldots ① & 0{,}5\\ a^2+b^2+c^2=210 \quad \ldots ② & 0{,}5\\ b=\frac{a+c}{2} \text{ (moyen arithmétique)} \ldots ③ & 0{,}5\end{cases}$

③ dans ① $\Leftrightarrow a+\frac{a+c}{2}+c=24 \Leftrightarrow a+c=16 \ldots ④$ 0,5

De ④ on tire $a=16-c \ldots ⑤$

⑤ dans ① $\Leftrightarrow 16-\cancel{c}+b+\cancel{c}=24 \Rightarrow \boxed{b=8} \ldots ⑥$ 0,5

⑤ et ⑥ dans ② $\Leftrightarrow (16-c)^2+(8)^2+c^2=210$

$\Leftrightarrow 2c^2-32c+110=0$ 0,5 équat 2ème degré

avec $a=2$; $b=-32$ et $c=110$.

$\Delta=(-32)^2-4(2)(110)=144>0$ $\exists$ 2 racines $\sqrt{\Delta}=12$

$c_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{32+12}{4}=\frac{44}{4}=11$ 0,5

$c_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{32-12}{4}=\frac{20}{4}=5.$ 0,5

Trouvons a et traitons c_1 et c_2 : on remplace c_1 et c_2 ds ④

$\exists$ 2 cas la 1ère : si $c=11$ alors $a=5$ 1

le 2è, si $c=5$ alors $a=11$ 1

Résultat : $\exists$ deux solutions

la 1ère : $(a,b,c)=(5,8,11)$ 1

la 2ème $(a,b,c)=(11,8,5)$ 1

N.B : on peut utiliser les règles des SA on trouve les mêmes résultat $a=a$, $b=a+r$, $c=b+r=a+2r$