Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou
Faculté des Sciences
Département de Tronc Commun Mathématiques et Informatique
Année Universitaire 2022/2023

Fevrier 2023

Série d'exercice N°2

(Expériences aléatoires et calculs des Probabilités)

Exercice 1.

Dans chacun des exemples suivants déterminer l'espace fondamental Ω et sa nature.

a) Un jet d'une pièce de monnaie jusqu'a l'apparition d'un face.
b) Le nombre nécessaire de jet jusqu'a l'apparition d'un face.
c) Le temps nécessaire à une équipe pour inscrit sont premier but dans une rencontre de foot.
d) Le nombre de fois qu'on joue à la loterie américaine pour la gagnée.

Exercice 2.

Dans chacune des situations décrites ci-dessous, énoncer l'événement contraire à l'événement donnée.

1. Dans une classe, on choisit deux étudiants au hasard.
   A : " Les deux élèves sont des filles"
2. Dans un groupe d'enseignants et d'étudiants, on discute avec une personne
   B :" La personne est un enseignant."
3. A une loterie, Karim achète 3 billets.
   D" : L'un des billets au moins est gagnants"
   E :"Deux billets au maximum sont gagnants".

Exercice 3.

Une urne contient des boules blanches et des boules noires et rouges. On tire au hasard une boule de l'urne. On note :

A :"tirer une boule blanche".
B :" Tirer une boule ni blanche ni rouge".
C :" Tirer une boule noire ou une boule rouge.

1) A et B sont-ils incompatibles ?
2) B et C sont-ils incompatibles ?

Exercice 4.

Lors d'un jet d'un dès à 6 faces , ont s'intéresse aux événements suivants :

— A : "La somme obtenue est au moins égale à 5".
— B : "La somme obtenue est au plus égale à 5".
— C : "La somme obtenue est strictement inférieure à 3".

1) A et B sont-ils contraires ?
2) $\bar{B}$ et C sont-ils incompatibles ?
3) Traduire par une phrase $\bar{C}$.

Exercice 5.
Une urne contient 12 boules : 3 rouges, 4 bleues et 5 jaunes. On tire simultanément 3 boules. Calculer la probabilité des événements suivants :
a) A="les trois boules sont rouges" ;
b) B="on a tiré une boule de chaque couleur" ;
c) C="aucune des trois boules n'est rouge" ;
d) D="au moins une des trois boules est rouge" ;
e) E="au moins une des trois boules est bleue"
f) F="au plus une des trois boules est bleue"

Exercice 6.
Une télé fabriquée en très grande série peut être défectueuse à cause de deux défauts différents dési- gnés par A et B, 10% des appareils ont le défaut A, 8% ont le défaut B et 4% les deux défauts simultanément. Un client achète l'un des appareils produits.
a) Quelle est la probabilité que l'appareil soit sans défaut ?
b) Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut A ?
c) Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut B ?

Exercice 7.
Considérons l'expérience aléatoire qui consiste à lancer une pièce de monnaie, non nécessairement homogène et compter le nombre de tirage jusqu'a l'obtention éventuellement pour la première fois d'un face, avec la probabilité d'apparition de face est p $(0 < p < 1)$.
1) Déterminer l'espace fondamental associé à cette épreuve.
2)Soit $P(\Omega)$ l'ensemble de tous les événements associés à cette experience aléatoire, et considérons l'application P définie de $P(\Omega)$ dans $\mathbb{R}$ par :

$$P(\{n\}) = (1-p)^{n-1}p \qquad (0 < p < 1)$$

Vérifier que P est une probabilité sur $P(\Omega)$.
3) Considérons les deux événements suivants :
- F_j : Face apparaît pour la première fois au j-ème lancers.
- A_m : L'expérience s'arrête lors des m premiers lancers.

a) Les événements F_j $(j \in \mathbb{N}^*)$ sont-ils élémentaires, sont-ils incompatibles ?
b) Exprimer A_m en fonction de F_j.
c) Calculer en fonction de p la probabilité des l'événement F_j et déduire celle de A_m

Exercice 8.
(**Définition fréquentiste de la notion de probabilité**)
Considérons l'experience aléatoire qui consiste à noter la position du grand aiguille d'une montre tombant en panne.
1) Déterminer l'espace fondamental. Son cardinal.
2)Soit $P(\Omega)$ l'ensemble de tous les événements associés à cette experience aléatoire, et considérons l'application P définie de $P(\Omega)$ dans $\mathbb{R}$ par :

$$P([a,\ b]) = \frac{b-a}{2\pi} \qquad [a,b] \subseteq [0,\ 2\pi]$$

Vérifier que P est une probabilité sur $P(\Omega)$.
2) Considérons les deux événements suivants :
- F : la position de l'aiguille et un rationnel.
- A : la position de l'aiguille est entre 15 heures piles et 18 heures piles.

a) Quel est le cardinal de F et de A.
b) Calculer la probabilité de F et de A.

<u>Exercice</u> 9.

Dans une population, on remarque que durant un mois, 40% des individus sont allés au cinéma, 25% au théâtre et 12% au cinéma et au théâtre. Calculer la probabilité que durant un mois, un individu :

1. N'aille pas au cinéma.
2. Aille au cinéma ou au théâtre.

<u>Exercice</u> 10.

On suppose que 5 hommes sur 100 et 25 femmes sur 10000 sont daltoniens. On choisit au hasard une personne. En supposant que le nombre de femmes et le nombre d'hommes sont égaux.

1. Quelle est la probabilité que la personne choisit soit daltonienne ?
2. Si la personne choisit est daltonienne, quelle est la probabilité qu'elle soit un homme.

<u>Exercice</u> 11.

Trois marques **A**, **B** et **C** de biberons se partagent le marché avec des parts respectives de 43%, 34% et 23%. Chaque marque propose des modèles avec tétine simple (S) ou à trois vitesses (V) : 35% des tétines de la marque A sont simples, ainsi que 25% de la marque B et 47% de la marque C. Un jeune père achète un biberon.

1. Quelle est la probabilité que le biberon ait une tétine simple ?
2. Si le biberon est de tétine simple, Calculer la probabilité qu'il soit de la marque C.