

Avis aux étudiants Avis aux étudiants 2^{ème} année TC ING

Consultation : Théorie du signal

Il est porté à la connaissance des étudiants **2^{ème} année TC Ingénieur** que la consultation des copies de l'examen de la matière "**Théorie du signal**" aura lieu le **Mardi 21/05/2024 à 10h00 en salle E05.**

La responsable du module,

Mme. TEBRI

Département de Génie Mécanique
Section Suivi
des Enseignements de Licence

جامعة مولود معمري
Xo0A%oEX C://:A oX CAoCoO
UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI
TIZI-OUZOU

FACULTÉ DE GÉNIE ELECTRIQUE
ET INFORMATIQUES

Examen de امتحان في

N° du groupe TD لفوج ع م

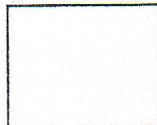
Nom

Prénom

Date et lieu de naissance و مكن الميلاد

Signature du candidat الطالب

Date :



العلامة
NOTE

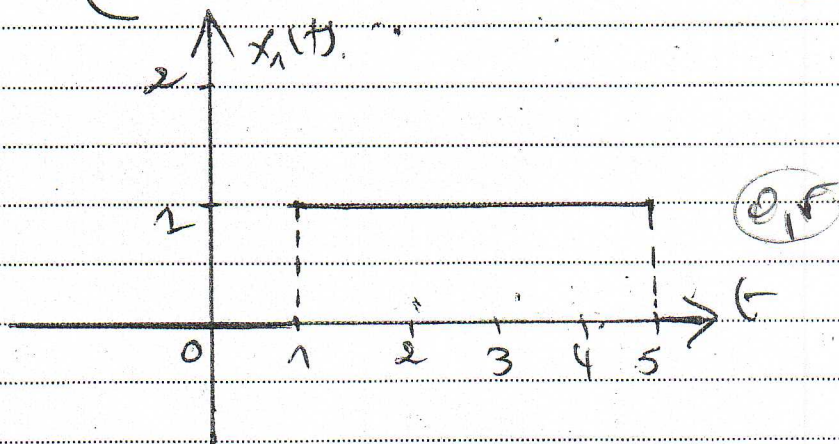
Exo N° 1:

Tracer les signaux $x_1(t)$, $x_2(t)$ et $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$

a) $x_1(t) = \text{rect}\left(\frac{t-3}{4}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } -1 \leq \frac{t-3}{4} \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ (0,5)

$\Rightarrow x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -1 \leq t-3 \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} = \begin{cases} 1 & \text{si } 2 \leq t \leq 4 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

فترة الامتحان
يوم 20.....



SÉANCE
du 20.....

Horaire

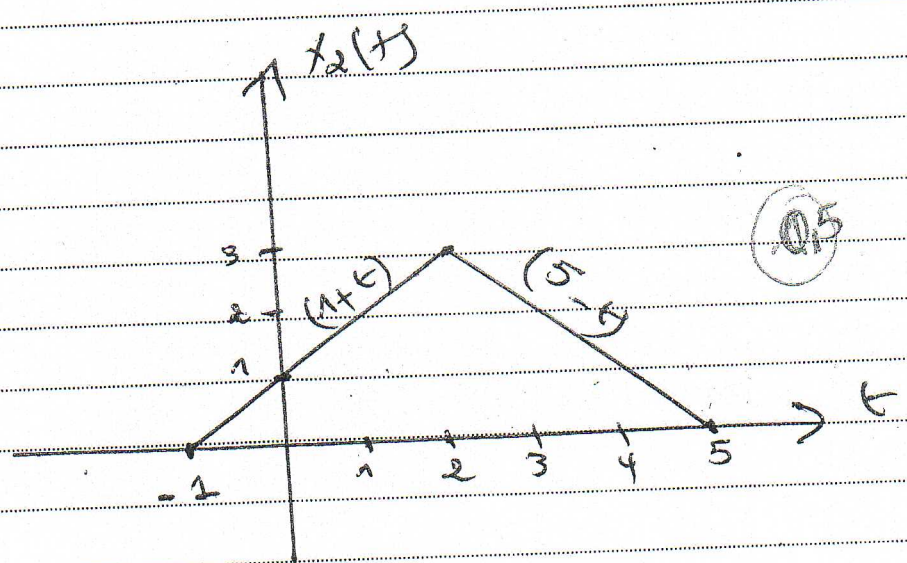
$x_2(t) = 3 \cdot \text{tri}\left(\frac{t-2}{3}\right) = 3 \cdot \begin{cases} 1 - \left(\frac{t-2}{3}\right) & \text{si } -1 \leq \frac{t-2}{3} \leq 0 \\ 1 + \left(\frac{t-2}{3}\right) & \text{si } 0 \leq \frac{t-2}{3} \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

$x_2(t) = 3 \cdot \begin{cases} \frac{3+t-2}{3} & \text{si } -3 \leq t \leq 0 \\ \frac{3-t+2}{3} & \text{si } 0 \leq t-2 \leq 3 \end{cases}$ (0,25)

(1)

$$\Rightarrow x_2(t) = \begin{cases} 1+t & \text{si } -1 < t < 2 \\ 5-t & \text{si } 2 < t < 5 \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

1	2
2	3
3	5
3	0



$$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$J_{-1, 1[} \Rightarrow \begin{cases} x_1(t) = 0 \\ x_2(t) = 1+t \end{cases} \Rightarrow y(t) = 1+t \Rightarrow$$

t	-1	1
	0	2

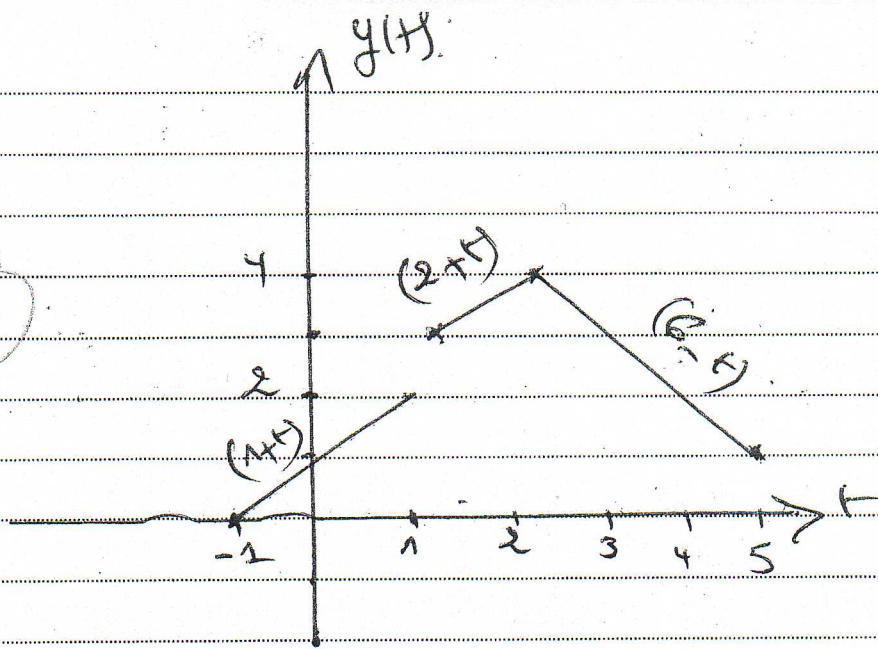
$$J_{1, 2[} \Rightarrow \begin{cases} x_1(t) = 1 \\ x_2(t) = 1+t \end{cases} \Rightarrow y(t) = 2+t \Rightarrow$$

t	1	2
	3	4

$$J_{2, 5[} \Rightarrow \begin{cases} x_1(t) = 2 \\ x_2(t) = 5-t \end{cases} \Rightarrow y(t) = 6-t \Rightarrow$$

t	2	5
	4	1

(0,75)



ex/ calculer l'énergie puis la puissance de $y(t)$.

$$W_y = \int_{-\infty}^{+\infty} y^2(t) dt = \int_{-\infty}^{-1} 0^2 dt + \int_{-1}^1 (1+t)^2 dt + \int_1^2 (2+t)^2 dt + \int_2^5 (6-t)^2 dt + \int_5^{+\infty} 0^2 dt$$

$$\Rightarrow W_y = \frac{1}{3} \left[(1+t)^3 \right]_{-1}^1 + \frac{1}{3} \left[(2+t)^3 \right]_1^2 - \frac{1}{3} \left[(6-t)^3 \right]_2^5$$

$$W_y = \frac{1}{3} \left[2^3 - 0^3 \right] + \frac{1}{3} \left[4^3 - 3^3 \right] - \frac{1}{3} \left[1^3 - 4^3 \right]$$

$$W_y = \frac{1}{3} \left[8 \right] + \frac{1}{3} \left[64 \right] - \frac{27}{3} - \frac{1}{3} + \frac{64}{3}$$

$W_y = 36$ Joules $\Rightarrow y(t)$ est un signal à énergie finie $\Rightarrow P_y = 0$ W

(3)

(3)

(0,75)

EXO N° 2

a) Décomposer $x(t)$ en série de Fourier.

$x(t)$ est un signal impair $\Rightarrow b_0 = a_n = 0$ (0,5)

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \sin(n\omega t) dt \quad (0,25)$$

avec $x(t) = -\frac{2E}{T}t + E$ sur $]0, T/2[$

$$\Rightarrow b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} \left(-\frac{2E}{T}t + E\right) \sin(n\omega t) dt \quad (0,25)$$

$$b_n = -\frac{8E}{T^2} \int_0^{T/2} t \sin(n\omega t) dt + \frac{4E}{T} \int_0^{T/2} \sin(n\omega t) dt$$

$$b_n = -\frac{8E}{T^2} [I_1] + \frac{4E}{T} [I_2]$$

avec : $I_1 = \int_0^{T/2} t \sin(n\omega t) dt$ (I.P.P)

et $I_2 = \int_0^{T/2} \sin(n\omega t) dt$

on pose : $u = t \Rightarrow du = dt$

$dv = \sin(n\omega t) \Rightarrow v = -\frac{1}{n\omega} \cos(n\omega t)$

$$\Rightarrow I_1 = \int_0^{T/2} t \sin(n\omega t) dt = \left[-\frac{t}{n\omega} \cos(n\omega t) \right]_0^{T/2} - \int_0^{T/2} -\frac{1}{n\omega} \cos(n\omega t) dt$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{1}{n\omega} = \frac{T}{2n\pi}$$

جامعة مولود معمور
 Université MOULOUD MAMMERI
 TIZI-OUZOU

فئة الهندسة الكهربائية
 ET INFORMATIQUES

امتحان في

رقم الفوج ع م : N° du groupe TD

اللقب : Nom

م الإسم : Prénom

تاريخ و مكان الميلاد : Date et lieu de naissance

توقيع الطالب : Signature du candidat

ال
E

$$I_1 = \frac{-T}{2n\pi} \left[\cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \right]_0^{T/2} + \left[\frac{T^2}{4n^2\pi^2} \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \right]_0^{T/2}$$

$$I_1 = \left[\frac{-T}{4n\pi} \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) - 0 \right] + \frac{T^2}{4n^2\pi^2} \left[\sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) - \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot 0\right) \right]$$

$$I_1 = \frac{-T}{4n\pi} (-1)^n$$

فترة ال
يوم

$$I_2 = \int_0^{T/2} \sin(n\omega t) dt = \left[-\frac{1}{n\omega} \cos(n\omega t) \right]_0^{T/2}$$

avec $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{1}{n\omega} = \frac{T}{2n\pi}$

$$I_2 = \frac{-T}{2n\pi} \left[\cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) - 1 \right]$$

ICE
20

aire

$$I_2 = \frac{T}{2n\pi} (1 - (-1)^n)$$

$$b_n = -\frac{8E}{T^2} \left[\frac{-T}{4n\pi} (-1)^n \right] + \frac{4E}{T} \cdot \frac{T}{2n\pi} (1 - (-1)^n)$$

5

$$b_n = \frac{2E}{n\pi}$$

0,25

$$\Rightarrow X(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$X(t) = \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega t)}{n}$$

0,25

* Spectre d'amplitude pour $n \leq 4$.

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = |b_n| = \left| \frac{2E}{n\pi} \right|$$

0,25

$$\begin{aligned} \text{pour } n=1 &\Rightarrow A_1 = |b_1| = \frac{2E}{\pi} \\ n=2 &\Rightarrow A_2 = |b_2| = \frac{\pi 2E}{2\pi} = \frac{E}{\pi} \\ n=3 &\Rightarrow A_3 = |b_3| = \frac{2E}{3\pi} \\ n=4 &\Rightarrow A_4 = |b_4| = \frac{2E}{4\pi} = \frac{E}{2\pi} \end{aligned}$$

0,25 x 4

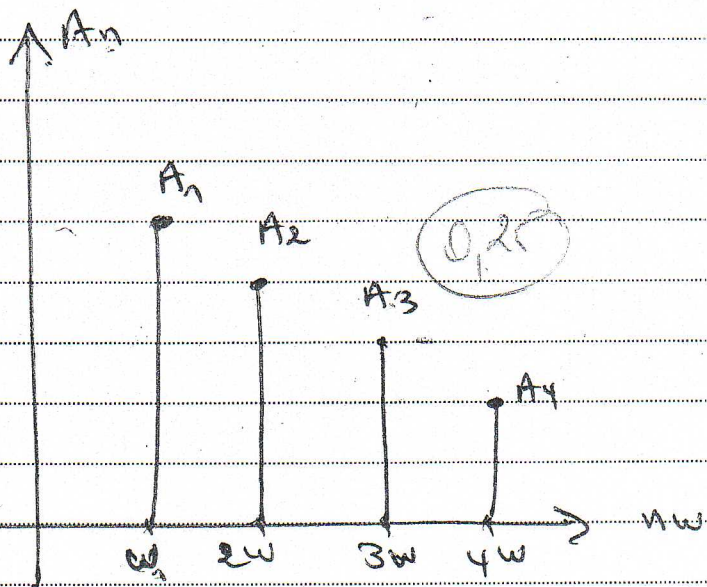
pour $E=1$.

$$A_1 = \frac{2}{\pi} = 0,63$$

$$A_2 = \frac{1}{\pi} = 0,31$$

$$A_3 = \frac{2}{3\pi} = 0,21$$

$$A_4 = \frac{1}{2\pi} = 0,15$$



0,25

$$\Rightarrow A_1 > A_2 > A_3 > A_4$$

0

Exo n° 3

21/ Méthode de la Transformée de Laplace:

$$y(t) = ??$$

$$y'(t) + 2y(t) = e^{-3t} + 2t e^{-2t} \quad \text{avec } y(0) = 1$$

$$\mathcal{L}[y'(t)] + 2\mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[e^{-3t}] + 2\mathcal{L}[t \cdot e^{-2t}] \quad (0,25)$$

$$pY(p) - y(0) + 2Y(p) = \frac{1}{p+3} + 2 \left[\frac{1}{(p+2)^2} \right]$$

$$\text{on sait que: } \mathcal{L}[t^n \cdot e^{at}] = \frac{n!}{(p+a)^{n+1}} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow pY(p) + 2Y(p) = \frac{1}{p+3} + \frac{2}{(p+2)^2} + 1$$

$$Y(p)[p+2] = \frac{1}{p+3} + \frac{2}{(p+2)^2} + 1$$

$$\Rightarrow Y(p) = \frac{1}{(p+2)(p+3)} + \frac{2}{(p+2)^3} + \frac{1}{(p+2)} \quad (0,25)$$

$$\mathcal{L}^{-1}[Y(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(p+2)(p+3)}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(p+2)^3}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p+2}\right]$$

on sait que:

$$\frac{1}{(p+a)(p+b)} = \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{p+a} - \frac{1}{p+b} \right] \quad / \quad a \neq b$$

7

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{3 \cdot 2} \left(\frac{1}{p+2} - \frac{1}{p+3} \right) \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{(p+2)^3} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{p+2} \right]$$

$$\Rightarrow y(t) = e^{-2t} - e^{-3t} + t \cdot e^{-2t} + e^{-2t}$$

$$y(t) = 2e^{-2t} + e^{-2t} [t^2] - e^{-3t} \quad (0,75)$$

$$[y(t)] = e^{-2t} [t^2 + 2] - e^{-3t}$$

Transformée de Laplace et Transformée Inverse.

$$D_1 \quad (t) = \cos^3(t)$$

formule d'Euler: $\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$ (0,15)

$$\Rightarrow f_1(t) = \left(\frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2} \right)^3 = \frac{e^{j3t} + e^{-j3t} + 3e^{jt} \cdot e^{-jt} + 3e^{-jt} \cdot e^{jt}}{8} \quad (0,5)$$

$$f_1(t) = \frac{e^{j3t} + e^{-j3t} + 3e^{-jt} + 3e^{jt}}{2 \times 4} = \frac{1}{4} [\cos(3t) + 3\cos(t)] \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}[f_1(t)] = F_1(p) = \frac{1}{4} \left[\mathcal{L}[\cos(3t)] + 3\mathcal{L}[\cos(t)] \right]$$

$$F_1(p) = \frac{1}{4} \left[\frac{p}{p^2+9} + 3 \frac{p}{p^2+1} \right] \quad (0,25)$$

$$F_1(p) = \frac{1}{4} \left[\frac{p}{p^2+9} + \frac{3p}{p^2+1} \right]$$

(8)

رقم الفوج ع م : N° du groupe TD

اللقب : Nom

م الإسم : Prénom

تاريخ و مكن الميلاد : Date et lieu de naissance

توقيع الطالب : Signature du candidat

Date :

$$f_2(t) = [t + e^{-t}]^2 = t^2 + e^{-2t} + 2t \cdot e^{-t} \quad (0,75)$$

العلامة
NOTE

$$\Rightarrow \mathcal{L}[f_2(t)] = \mathcal{L}[t^2] + \mathcal{L}[e^{-2t}] + \mathcal{L}[2t \cdot e^{-t}]$$

$$F_2(p) = \frac{2}{p^3} + \frac{1}{p+2} + \frac{2}{(p+1)^2} \quad (0,75)$$

tel que: $\mathcal{L}[t^n \cdot e^{-at}] = \frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$

فترة الإمتحان
يوم 20.....

$$F_1(p) = \frac{p+3}{(p+5)^2} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}[F_1(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{p+3}{(p+5)^2}\right]$$

SÉANCE
du 20.....

$$F_1(p) = \frac{p+5-2}{(p+5)^2} = \frac{p+5}{(p+5)^2} - \frac{2}{(p+5)^2} = \frac{1}{p+5} - \frac{2}{(p+5)^2} \quad (0,5)$$

Horaire

$$\Rightarrow \mathcal{L}^{-1}[F_1(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p+5}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(p+5)^2}\right]$$

$$f_1(t) = e^{-5t} - 2t \cdot e^{-5t} = e^{-5t}(-2t + 1) \quad (0,5) \quad (0,5) \quad (9)$$

$$F_2(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 7}$$

$$\Delta = 16 - 4(7) = -12 < 0.$$

0,25

$$\text{Dénominateur} = (p^2 + 4p + 7) = \left(p + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + C$$

$$\Rightarrow p^2 + 4p + 7 = (p+2)^2 + 3.$$

0,25

$$\Rightarrow F_2(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 7} = \frac{1}{(p+2)^2 + 3}$$

on sait que: $\mathcal{L}[\sin(\omega t) \cdot e^{-at}] = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$

0,25

$$\Rightarrow F_2(p) = \frac{1}{(p+2)^2 + 3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{(p+2)^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}^{-1}[F_2(p)] = f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}}{(p+2)^2 + (\sqrt{3})^2}\right]$$

0,25

$$f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot [e^{-2t} \cdot \sin(\sqrt{3}t)]$$

0,25